

Diplomarbeit

# „Schattierungsverfahren für lichtdurchlässige Materialien“

Ausgeführt zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades eines  
**Dipl.-Ing. (FH) für Telekommunikation und Medien**  
am Fachhochschul-Diplomstudiengang Telekommunikation und Medien St. Pölten

unter der Leitung von

Mag. art. Franz Schubert

Zweitbegutachter

FH-Prof. Dipl.-Ing. Georg Barta

ausgeführt von

Roman Majewski  
tm0110038064

St. Pölten, am 16. Juni 2004

Unterschrift:

# Ehrenwörtliche Erklärung

Ich versichere, dass

- ich diese Diplomarbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und mich auch sonst keiner unerlaubten Hilfe bedient habe.

- ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im Inland noch im Ausland einem Begutachter/einer Begutachterin zur Beurteilung oder in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe.

Diese Arbeit stimmt mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit überein.

.....

St. Pölten, Datum

.....

Unterschrift

## Kurzfassung

In der Natur kommen viele lichtdurchlässige Materialien vor. Zu ihnen zählen menschliche Haut, Milch, Sand, Schnee u. v. a.. Solche Materialien haben ein sehr weiches Aussehen, was darauf zurückzuführen ist, dass Lichtstrahlen in sie eindringen und dann innerhalb des Mediums gestreut werden. Diesen Vorgang nennt man Volumenstreuung. Eine Folge dieser multiplen Streuvorgänge ist, dass ein in ein transluzentes Objekt eindringender Lichtstrahl die Objektoberfläche nicht an der selben Stelle, an der er eingedrungen ist, wieder verlässt. Es kann sogar vorkommen, dass ein Lichtstrahl das Objekt komplett durchdringt und an der Rückseite wieder austritt. Ein solcher Lichttransport kann nicht durch gewöhnliche Reflexionsmodelle dargestellt werden.

Diese Diplomarbeit befasst sich mit Schattierungsmodellen, welche die Volumenstreuung in lichtdurchlässigen Materialien zeiteffizient simulieren. Es werden sowohl analytische Modelle, welche in der Filmindustrie eingesetzt werden und deren Berechnungszeiten wenige Minuten dauern, als auch interaktive Modelle vorgestellt und verglichen.

**Schlüsselwörter:** Rendering, BRDF, BSSRDF, Volumenstreuung, Reflexionsmodelle, Schattierungsverfahren

## Abstract

In nature, there exist many translucent materials such as human skin, milk, sand, snow, and so on. Translucent materials have a very smooth and soft appearance as a result of light scattering inside the objects, a process known as subsurface scattering. This process has the effect that an incoming light ray will not leave the object at the same position as where it has hit the surface. In addition, light can pass through translucent objects. Such light transport can not be modeled by traditional reflection models.

This thesis deals with shading models that efficiently simulate subsurface scattering. Analytical models that are used at current feature films and are computed in a few minutes will be discussed and compared as well as interactive models.

# INHALTSVERZEICHNIS

|                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>KURZFASSUNG .....</b>                                            | <b>2</b>  |
| <b>ABSTRACT .....</b>                                               | <b>2</b>  |
| <b>1 EINLEITUNG .....</b>                                           | <b>6</b>  |
| 1.1 Forschungsstand .....                                           | 6         |
| 1.2 Zugang zum Thema .....                                          | 7         |
| <b>2 FÜR SCHATTIERUNGSVERFAHREN RELEVANTE PHYSIK .....</b>          | <b>8</b>  |
| 2.1 Für Schattierverfahren relevante optische Gesetze .....         | 8         |
| 2.1.1 Licht .....                                                   | 9         |
| 2.1.2 Reflexion .....                                               | 9         |
| 2.1.3 Brechung .....                                                | 10        |
| 2.1.4 Der Fresnel Term .....                                        | 11        |
| 2.2 Radiometrie .....                                               | 12        |
| 2.2.1 Radiometrische Größen .....                                   | 12        |
| 2.2.2 Strahlungsübertragung .....                                   | 14        |
| 2.3 Photometrie .....                                               | 14        |
| 2.4 Wellentheorie .....                                             | 16        |
| 2.4.1 Wellengleichung .....                                         | 16        |
| 2.4.2 Rayleigh Streuung .....                                       | 16        |
| 2.4.3 Mie Streuung .....                                            | 17        |
| 2.4.4 Henyey-Greenstein Wellenfunktion .....                        | 17        |
| 2.4.5 Elektromagnetische Streuung .....                             | 18        |
| <b>3 SCHATTIERUNG VON VIRTUELLEN OBJEKTEN .....</b>                 | <b>19</b> |
| 3.1 Heuristisch-Empirische Schattierungsverfahren: .....            | 19        |
| 3.1.1 Schattierungsverfahren nach Lambert .....                     | 19        |
| 3.1.2 Schattierungsverfahren nach Phong .....                       | 20        |
| 3.1.3 Schattierungsverfahren nach Blinn .....                       | 21        |
| 3.2 Physikalisch basierte Schattierungsverfahren .....              | 21        |
| 3.3 Die BRDF (Bidirectional Reflection Distribution Function) ..... | 22        |
| 3.4 Ermittlung bzw. Messung einer BRDF .....                        | 24        |
| 3.4.1 Analytische Modelle .....                                     | 24        |
| 3.4.2 Messung einer BRDF an realen Objekten .....                   | 25        |

|            |                                                                                                                               |           |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4</b>   | <b>TRANSLUZENTE MATERIALIEN .....</b>                                                                                         | <b>28</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Beispiel eines transluzenten Materials: menschliche Haut .....</b>                                                         | <b>30</b> |
| 4.1.1      | Schichtenmodell der Haut .....                                                                                                | 30        |
| 4.1.2      | Lichttransport innerhalb der menschlichen Hautschichten .....                                                                 | 32        |
| <b>5</b>   | <b>SCHATTIERUNGSMODELLE FÜR TRANSLUZENTE MATERIALIEN.....</b>                                                                 | <b>33</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Das Kubelka- Munk Modell.....</b>                                                                                          | <b>34</b> |
| <b>5.2</b> | <b>Numerisches Lichttransportmodell nach Hanrahan-Krueger .....</b>                                                           | <b>36</b> |
| 5.2.1      | Theoretische Annahmen für das Hanrahan und Krueger Modell .....                                                               | 37        |
| 5.2.2      | Die Lichttransporttheorie .....                                                                                               | 38        |
| 5.2.3      | Lösung der Lichttransportgleichung .....                                                                                      | 40        |
| <b>5.3</b> | <b>Analytisches Dipolapproximationsmodell von Jensen et al.....</b>                                                           | <b>42</b> |
| 5.3.1      | Die BSSRDF .....                                                                                                              | 43        |
| 5.3.2      | Die Diffusionsannäherung.....                                                                                                 | 44        |
| <b>5.4</b> | <b>Schattierungsmodell nach Mertens et al. ....</b>                                                                           | <b>48</b> |
| <b>6</b>   | <b>INTERAKTIVE SCHATTIERUNGSMODELLE FÜR TRANSLUZENTE MATERIALIEN.....</b>                                                     | <b>50</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Interaktive Volumenschattierungsmethode nach Kniss et al. ....</b>                                                         | <b>50</b> |
| <b>6.2</b> | <b>Interaktives Simulationsmodell nach Lensch et al.....</b>                                                                  | <b>52</b> |
| <b>6.3</b> | <b>Interaktives Schattierungsmodell nach Hao et al.....</b>                                                                   | <b>54</b> |
| <b>6.4</b> | <b>Interaktives Modell von Carr et al. ....</b>                                                                               | <b>56</b> |
| <b>6.5</b> | <b>Interaktives Schattierungsmodell von Mertens et al. ....</b>                                                               | <b>56</b> |
| <b>6.6</b> | <b>Interaktive Berechnung von transluzenten Objekten durch „Translucent Shadow Maps“ von Dachsbacher und Stamminger .....</b> | <b>61</b> |
| <b>7</b>   | <b>VERGLEICH DER TECHNIKEN .....</b>                                                                                          | <b>64</b> |
| <b>7.1</b> | <b>Analytische, nicht interaktive Modelle.....</b>                                                                            | <b>64</b> |
| <b>7.2</b> | <b>Interaktive Modelle .....</b>                                                                                              | <b>66</b> |
|            | <b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>                                                                                                  | <b>68</b> |
|            | <b>ANHANG A .....</b>                                                                                                         | <b>69</b> |
|            | <b>A.1 Raytracing.....</b>                                                                                                    | <b>69</b> |
|            | <b>A.2 Monte Carlo Raytracing.....</b>                                                                                        | <b>69</b> |

|                                   |                                           |
|-----------------------------------|-------------------------------------------|
| <b>LITERATURVERZEICHNIS .....</b> | <b>70</b>                                 |
| <b>GLOSSAR.....</b>               | <b>FEHLER! TEXTMARKE NICHT DEFINIERT.</b> |
| <b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b> | <b>78</b>                                 |

# 1 Einleitung

## 1.1 Forschungsstand

In der Natur kommen viele lichtdurchlässige Materialien vor, zu ihnen zählen menschliche Haut, Milch, Sand, Schnee u. v. a.. Lichtdurchlässige Materialien haben ein sehr weiches Aussehen, was darauf zurückzuführen ist, dass Licht in sie eintritt und dann innerhalb des Mediums gestreut wird. Diesen Vorgang kann man zum Beispiel an den weichen Schattenrändern beobachten, welche leicht die Farbe des lichtdurchlässigen Objekts annehmen. Jene weichen Schattenübergänge und die darin vorkommende Farbverschmelzung, in der Computergrafik auch *colour bleeding* genannt, wird durch Volumenstreuung (engl.: *subsurface scattering*) verursacht. Volumenstreuung ist ein Ausdruck für die multiplen Streuvorgänge, welche innerhalb eines lichtdurchlässigen Objekts auftreten. Diese haben zur Folge, dass ein Lichtstrahl das lichtdurchlässige Objekt nicht an der selben Stelle, an welcher er das Objekt betreten hat, wieder verlässt. In der Computergrafik stellt genau diese Eigenschaft ein großes Problem dar, da ein solches Lichtverhalten nicht durch gewöhnliche Reflexionsmodelle beschrieben werden kann. Sogar für Materialien, welche auf den ersten Blick nicht sehr lichtdurchlässig wirken, ist die Simulation von Volumenstreuung sehr wichtig, da sie feine geometrische Details wie kleine Falten oder Beulen weniger hart erscheinen lässt (vgl. Abb. 5-9).

Die meisten in der Computergrafik verwendeten Schattierungsverfahren basieren auf einer BRDF (Bidirectional Reflection Distribution Function), einer vierdimensionalen Funktion, welche das Reflexionsverhalten von Licht an einem Oberflächenpunkt definiert. Die BRDF und einige klassische Schattierungsverfahren werden in Kapitel 3 genauer beschrieben. Ein weiterer Teil dieses Kapitels beschäftigt sich mit der Gewinnung von für eine BRDF relevanten Daten.

In Kapitel 4 wird der optische Lichttransport innerhalb eines vielschichtigen, transluzenten Materials anhand von menschlicher Haut erklärt. Danach werden in Kapitel 5 Schattierungstechniken, welche sich mit eben diesem Lichttransport befassen, vorgestellt. Vor allem wird auf das Schattierungsmodell von Jensen *et al.* [41] eingegangen, durch welches es erstmals möglich war, die in früheren Modellen [33] entwickelte Lichttransportgleichung analytisch und damit sehr zeiteffizient zu lösen. Dieses Schattierungsmodell wird unter anderem von

kommerziellen Firmen wie Pixar, Industrial Light&Magic oder Weta Digital in ihrer Render-Pipeline verwendet <sup>[78, 38]</sup>. Des weiteren wird in diesem Kapitel auf das 2005 veröffentlichte Schattierungsmodell von Mertens *et al.* <sup>[61]</sup> eingegangen.

Kapitel 6 befasst sich schließlich mit interaktiven Schattierungsmodellen für lichtdurchlässige Oberflächen, welche vor allem für die Computerspielindustrie relevant sind.

## **1.2 Zugang zum Thema**

Die Simulation von lichtdurchlässigen Materialien ist sowohl in der Film- als auch in der Computerspielindustrie von höchster Bedeutung. Digitale Charaktere wie „Yoda“ in „Star Wars“ oder „Gollum“ in „Herr der Ringe“ interagieren ständig mit realen Darstellern, daher hat der Betrachter solcher Filme stets den direkten Vergleich zwischen *realer* und *computergenerierter* Haut, welche aus einem lichtdurchlässigen Material ist. Aber auch ohne diesen direkten Vergleich fällt es dem durchschnittlichen Betrachter sofort auf, wenn am Aussehen von Haut etwas „falsch“ ist. Dies hat damit zu tun, dass das menschliche Auge auf das Aussehen von Haut durch den ständigen Umgang mit Mitmenschen sehr gut geschult ist. Im Gegensatz zu metallischen Oberflächen, welche einen Lichtstrahl direkt reflektieren, ist die Simulation von lichtdurchlässigen Materialien in der Computergrafik mit vielen Problemen verbunden. Eine physikalisch „richtige“ Wiedergabe ist nur durch rechenintensive Monte Carlo Algorithmen, welche einen Lichtstrahl vom Eintritt bis zum Austritt des Mediums verfolgen und dabei alle Streuvorgänge innerhalb des Objekts und alle Schichtgrenzübergänge der einzelnen Materialschichten berücksichtigen, zu erzielen. Eine solche Methode ist allerdings bei weitem zu rechenintensiv und kann daher in der Filmindustrie nicht verwendet werden.

In den letzten Jahren wurden einige heuristisch-empirische Schattierungsmodelle entwickelt, die bei annehmbaren Berechnungszeiten qualitativ hochwertige Simulationen von lichtdurchlässigen Materialien ermöglichen. Solche Modelle werden in dieser Arbeit beschrieben und in Bezug auf Berechnungszeiten und Wiedergabequalität verglichen. Ein weiterer Punkt dieser Arbeit befasst sich mit dem Vergleich von Schattierungsmodellen, welche interaktive Bildraten zulassen.



## 2 Für Schattierungsverfahren relevante Physik

Da die Rechenleistungen der Computer stets größer werden, versucht man in der 3D-Computergrafik immer häufiger, physikalische Vorgänge korrekt zu simulieren. Natürlich ist es auch heute noch üblich, physikalische Gesetze außer acht zu lassen, wenn man, durch Annäherungen oder Vereinfachungen zu akzeptablen Ergebnissen kommt. Oft wird sogar die Frage gestellt, wozu man überhaupt physikalische Gegebenheiten exakt nachbauen sollte, wenn man doch durch diverse „Tricks“ und Täuschungen auch photorealistische Bilder erzeugen könne. Jeremy Birn, „Technical Director“ bei Pixar, beschreibt diese Problematik folgendermaßen [6]:

„Suppose Maya's lights couldn't cast shadows. There would still be a million ways creative users could post nice images here (Anm.: Im Chat-Forum), showing shadows simulated with negative lights, shadow shapes projected from lights, shadows simulated through shaders or texture mapping, shadows modeled as flattened polygon shapes, shadows comped into the render, and so on - all of these techniques would be quicker than implementing dmap or raytraced shadows into the lights, but none would be as useful or robust a solution.

There are a number of approaches that could be taken in developing SSS (Anm.: Sub Surface Scattering) solutions, and all production approaches would be to some extent a "fake" in the sense of being a deterministic simulation with an adjustable accuracy designed to only calculate what is really needed to be shown. The important part is that a SSS solution needs to be robust and versatile enough to respond to different kinds of lighting, shadows, geometry, and animation. “

In diesem Kapitel werden (für Schattierungsverfahren relevante) physikalische Gesetze beschrieben, besonders im Hinblick auf die Simulation von lichtdurchlässigen Materialien.

### 2.1 Für Schattierverfahren relevante optische Gesetze

In 3D-Programmen verwendete Schattierungsalgorithmen haben ihren Ursprung in der allgemeinen Physik des Lichts. Das Verständnis relevanter Grundlagen der Optik und der sinnlichen Wahrnehmung des Menschen ist also essentiell um realistische Schattierungen von

virtuellen Objekten zu erzeugen [7, Seite 193]. Die folgenden Abschnitte beschreiben die optischen Grundlagen von Licht und dessen Interaktion mit natürlichen Objekten (Materialien).

### 2.1.1 Licht

James Clark Maxwell erkannte Mitte des 19. Jahrhunderts, dass ein Lichtstrahl eine sich fortpflanzende Welle elektrischer und magnetischer Felder, kurz eine „elektromagnetische“ Welle, ist. Die Optik ist also ein Teilgebiet der Theorie des Elektromagnetismus.

Ob das menschliche Auge einen Lichtstrahl<sup>1</sup> sehen kann, hängt von dessen Wellenlänge ab. Der sichtbare Spektralbereich von elektromagnetischen Wellen liegt ungefähr zwischen 430 nm (Violett) und 690 nm (Rot). Ist ein Strahl intensiv genug, so können wir Licht noch geringfügig jenseits dieser Grenzen sehen (siehe Abb. 2-1) [32, Seite 968ff].

### 2.1.2 Reflexion

Wird ein Lichtstrahl von einer Oberfläche zurückgeworfen, so spricht man von Reflexion. Bei der ideal spiegelnden Reflexion gehorcht er dabei dem Reflexionsgesetz, welches besagt, dass der Eintrittswinkel des einfallenden Lichtstrahls gleich dem Austrittswinkel ist:

$$\theta'_1 = \theta_1$$

Die beiden Winkel werden zum Einfallslot (Gerade, die im Auftreffpunkt des Lichtstrahls normal zur Oberfläche steht) hin gemessen [32, Seite 985ff]. Neben der ideal spiegelnden gibt es auch die ideal diffuse Reflexion (Leuchtdichte ist unabhängig von der Abstrahlungsrichtung, siehe Abb. 2-2).

In der Natur trifft man aber nur selten auf diese beiden idealen Reflexionsarten. Aus diesem Grund muss man bei einer physikalischen Simulation von realen Materialien die richtungsmäßige Verteilung des Reflexionsfaktors  $\rho$  bestimmen (siehe Abschnitt 3.3). Häufig tritt der Fall ein, dass  $\rho$  ein deutliches Maximum in Richtung der spiegelnden Reflexion hat

---

<sup>1</sup> Huygensches Prinzip: Jeder Punkt einer bestehenden Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen, kugelförmigen Elementarwelle, die die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Wellenfront hat. Spricht man von Strahlen, meint man Linien, die senkrecht auf die Wellenfront stehen und in Richtung der Wellenausbreitung zeigen<sup>[28]</sup>.

und kleiner wird, je mehr man sich von dieser Richtung entfernt. Dieses Verhalten nennt man auch spekulare oder spiegelnde Reflexion [54, Seite 8].

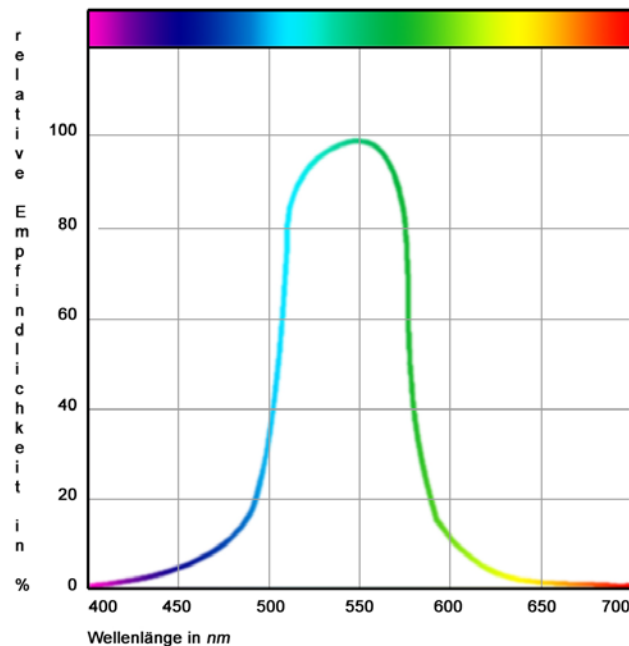


Abb. 2-1: für das menschliche Auge sichtbares Licht.

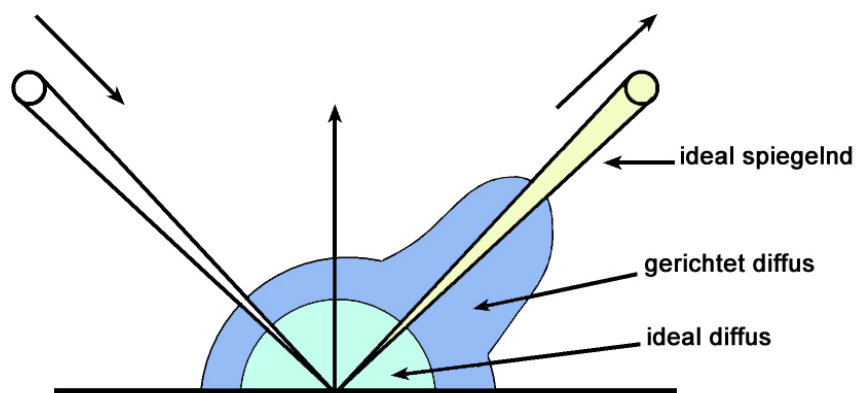


Abb. 2-2: ideal spiegelnde, gerichtet diffuse und ideal diffuse Reflexion.

### 2.1.3 Brechung

Trifft ein Lichtstrahl auf eine durchsichtige Oberfläche (z. B.: Glas), so wird ein Teil von ihm reflektiert, der andere Teil durchdringt die Oberfläche, breitet sich im Medium aus, und verlässt es dann wieder. Dies ist der Grund, warum man durch Glas „durchsehen“ kann (diese Materialeigenschaft nennt man Transparenz [102]).

Dieser Durchgang von Licht durch ein Medium wird Brechung genannt – das Licht wird an der Oberfläche gebrochen. Bei diesem Vorgang, vorausgesetzt der Lichtstrahl fällt nicht

senkrecht auf die Grenzfläche, ändert der Lichtstrahl seine Richtung, er „knickt“ ab. Dieses „abknicken“ wird durch das snelliussche Brechungsgesetz beschrieben [32, Seite 985]:  
*„Der gebrochene Strahl liegt in der Einfallsebene; der Brechungswinkel  $\theta_2$  hängt wie folgt mit dem Einfallswinkel  $\theta_1$  zusammen:  $n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1$ .“*

Beim snelliusschen Gesetz sind  $n_1$  und  $n_2$  dimensionslose Konstanten. Sie beschreiben den sogenannten „Brechungsindex“, eine charakteristische Größe des Mediums ( $n$  ist im Vakuum exakt 1, kleinere Werte als 1 können nicht vorkommen). Der Brechungsindex hängt von der Wellenlänge des Lichts ab, wodurch ein interessanter Effekt entsteht: Enthält ein Lichtstrahl verschiedene Wellenlängen, so wird jede Wellenlänge unter einem anderen Winkel gebrochen. Man spricht hierbei von „chromatischer Dispersion“ [90]. Generell kann man annehmen dass der Brechungsindex für niedrige Wellenlängen stets größer ist als für höhere Wellenlängen [32, Seite 985].

Laut dem snelliusschen Gesetz kann es auch zur inneren Totalreflexion kommen: hierbei wird der Einfallswinkel eines Lichtstrahls, welcher von einem Medium mit höherem Brechungsindex in ein Medium mit niedrigerem Brechungsindex geht, größer als der sogenannte *kritische Grenzwinkel*  $\theta_{krit} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ . In dieser Situation gibt es keinen gebrochenen Strahl mehr, das Licht wird vollständig reflektiert [32, Seite 989].

#### 2.1.4 Der Fresnel Term

Wenn eine elektromagnetische Welle auf eine lichtdurchlässige Oberfläche trifft, so wird ein Teil von ihr reflektiert/transmittiert, der andere Teil wird absorbiert. Die Summe von Reflexion, Transmission und Absorption wird Remission genannt und ist immer 1 [98].  
 In welchem Verhältnis nun die eingehende elektromagnetische Welle aufgeteilt wird, wird durch Fresnels Gleichungen beschrieben [92]:

$$R_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$T_{\perp} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_{\parallel} = \frac{\sin \theta_t \cos \theta_i - \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin \theta_i \cos \theta_t + \sin \theta_t \cos \theta_i}$$

$$T_{\parallel} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$$

wobei

$R_{\perp}, T_{\perp}$  : Reflexions- bzw. Transmissionsgrad bei senkrecht polarisiertem Licht

$R_{\parallel}, T_{\parallel}$  : Reflexionsgrad- bzw. Transmissionsgrad bei parallel polarisiertem Licht

$\theta_i$  : Einfallswinkel

$\theta_t$  : Transmissionswinkel (kann nach dem snelliusschen Brechungsgesetz ermittelt werden)

Für  $\theta_i = \theta_t = 0$  gilt:

$$R_{\perp} = R_{\parallel} = \left( \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \right)^2$$

wobei

$\eta_1, \eta_2$  : Brechungsindizes der beiden Medien

Das Ergebnis aus Fresnels Gleichung hängt stark vom Winkel des eintreffenden Lichtstrahls ab, da senkrecht auftreffende Lichtstrahlen stark transmittiert, im Gegensatz dazu Lichtstrahlen mit flachem Einfallswinkel stark reflektiert werden [4, Seite 34].

Da bei leitenden Materialien (z. B.: Metalle) die Verschiebung des Reflexionsgrads bei Änderung des eintreffenden Lichtstrahlwinkels für das menschliche Auge kaum erkennbar ist, wird bei solchen Materialien in der Computergrafik meist auf die Berechnung des Fresnel Terms verzichtet.

Schlick [74] beschreibt eine gute und schnelle Annäherung für Fresnels Gleichungen.

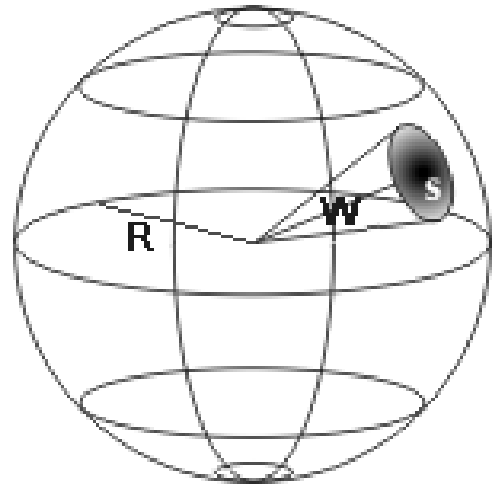
## 2.2 Radiometrie

In diesem Abschnitt werden radiometrische Größen behandelt, welche zur Beschreibung einer BSSRDF (siehe Abschnitt 5.3.1) bzw. BRDF (siehe Abschnitt 3.4) benötigt werden. Die Radiometrie stellt die physikalische Beschreibung elektromagnetischer Energie dar [97].

### Radiometrische Größen:

**Bogenmaß:** Verhältnis  $b/r$  der überdeckten Strecke  $b$  zum Radius  $r$  des Kreises. Es gilt stets  $0 \leq b \leq 2\pi r$ . Die Einheit für den Winkel ist rad [96].

**Raumwinkel:** Der Raumwinkel ist das Verhältnis des Flächeninhalts eines Teilstücks  $A$  einer Kugeloberfläche zum Quadrat des dazugehörigen Kugelradius  $r$  ( $\Omega = \frac{A}{R^2}$ ). Die Einheit des Raumwinkels ist  $sr$  (Steradian). Der volle Raumwinkel ist per Definition die Fläche einer Einheitskugel, also  $4\pi sr$ . Der Raumwinkel ist dem normalen Winkel im Bogenmaß ähnlich, der Kreis entspricht der Kugel und das Bogenstück auf dem Kreis entspricht dem Flächenstück auf der Kugel [96].



**Abb. 2-3:** Veranschaulichung des Raumwinkels  $\omega$ .

**Strahlungsenergie** (engl.: *radiant energy*)  $Q$ : Die Strahlungsenergie ist die von einer elektromagnetischen Welle transportierte Energie. Die Einheit ist J (Joule) [99].

**Strahlungsenergiedichte** (engl.: *radiant energy density*)  $U$ : Strahlungsenergie pro Einheitsvolumen.  $U = \frac{dQ}{dV}$ , Einheit J/m<sup>3</sup> [99].

**Strahlungsleistung**, auch: **Strahlungsfluss** (engl.: *radiant flux*)  $\Phi$ : zeitliche Ableitung der Strahlungsenergie.  $\Phi = \frac{dQ}{dt}$ , Einheit J/s = W (Watt) [100].

**Strahlstärke** oder **Intensität** (engl.: *intensity*)  $I$  einer Strahlungsquelle: Strahlungsleistung pro Einheitsraumwinkel.  $I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$ , Einheit W/sr.

Die Strahlstärke  $I$  ist die radiometrische Entsprechung zur photometrischen Lichtstärke  $I$  [93].

**Bestrahlungsstärke** (engl.: *irradiance*)  $E$ : Die Bestrahlungsstärke ist die pro Fläche auftreffende Strahlungsleistung bei einem bestrahlten Objekt.  $E = \frac{d\Phi}{dA_e}$ , Einheit W/m<sup>2</sup>.

Die Bestrahlungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung zur Strahlungsquelle ab. Die entsprechende Sendegröße für eine Strahlungsquelle heißt *spezifische Ausstrahlung* oder *Radiosity* [87, 54].

### 2.2.1 Strahlungsübertragung

Die von einem Flächenelement  $dA_1$  in Richtung des unendlichen Raumwinkels  $d\Omega_1$  abgestrahlte Leistung ist zum einen zur Fläche dieses Flächenelements und zum anderen zum Kosinus des durch  $\Omega_1$  definierten Winkels  $\theta_1$  proportional. Es gilt  $d^2\Phi_{e1} = L_{e1} \cos \theta_1 dA d\Omega_1$ . Die Proportionalgröße  $L_{e1}$  heißt Strahldichte (engl.: *radiance*). Sie hat die Einheit  $\text{W sr}^{-1} \text{m}^{-2}$ . Man kann sie also als Leistung pro Einheitsraumwinkel pro projizierter Einheitsfläche interpretieren.

Daraus erhält man das wichtigste Grundgesetz der Strahlungsübertragung, das die differentielle Strahlungsleistung beschreibt, die ein differentielles Flächenstück  $dA_1$  abstrahlt und die von einem differentiellen Flächenstück  $dA_2$  im Abstand  $r$  vom Flächenstück  $dA_1$  aufgenommen wird:

$$\begin{aligned} d^2\Phi_e &= L_{e1} \cos \theta_1 dA_1 d\Omega_1 \\ &= L_{e1} \cos \theta_1 dA_1 \left( \cos \frac{\theta_2}{r^2} \right) dA_2 \\ &= L_{e1} \left( \cos \theta_1 \cos \frac{\theta_2}{r^2} \right) dA_1 dA_2 \end{aligned}$$

wobei  $\theta_1$  und  $\theta_2$  die Winkel zu den Flächennormalen von abstrahlender und empfangender Fläche sind (siehe Skizze in Abb. 2-4) [54, Seite 4].

Wegen der Energieerhaltung ist ausgestrahlte und empfangene Leistung gleich. Die Beziehung  $d\Phi_{e1} = d\Phi_{e2}$  liefert  $L_{e1} = L_{e2}$ , d. h. die Strahldichte ändert sich auf dem Weg der Lichtausbreitung nicht (Abb. 2-5).

Beim Raytracing muss also diese Größe auf dem Weg des Lichts verfolgt werden [54, Seite 4].

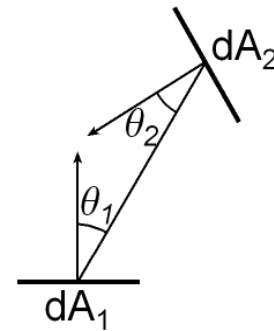


Abb. 2-4:  $\theta_1, \theta_2$ .

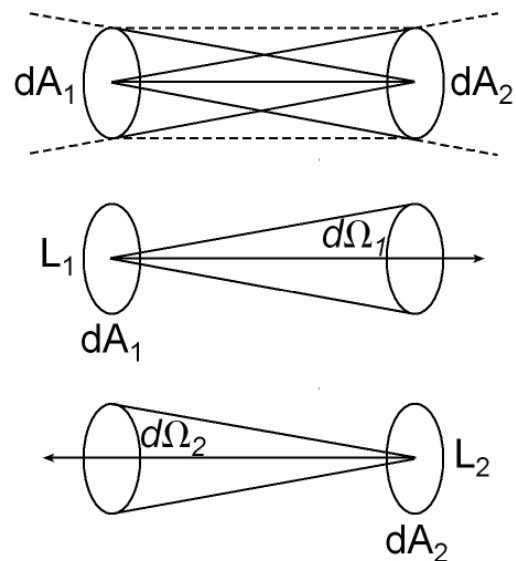


Abb. 2-5: Energieerhaltung.

## 2.3 Photometrie

Die Photometrie (zu altgriechisch φωσ, "Licht") beschreibt die Beziehung zwischen der gemessenen elektromagnetischen Strahlungsleistung und dem Sinneseindruck durch das

menschliche Auge, es wird also die Lichtwahrnehmung des Auges messtechnisch nachgebildet.

Als Grundlage für den Zusammenhang zwischen radiometrischen und photometrischen Größen dient die so genannte Helligkeitsempfindlichkeitsfunktion des menschlichen visuellen Wahrnehmungssystems.

Durch Gewichtung der radiometrischen Größen mit der Helligkeitsempfindlichkeitsfunktion und anschließende Integration über alle Wellenlängen  $\lambda$ , sowie Multiplikation mit einem willkürlichen Proportionalitätsfaktor  $K_m$ , erhält man die entsprechenden photometrischen Größen. Die Hellempfindlichkeitskurve  $V(\lambda)$  beschreibt den spektralen Hellempfindlichkeitsgrad von Testpersonen bei Tageslicht und wird in Abb. 2-6 veranschaulicht [54, Seite 5].

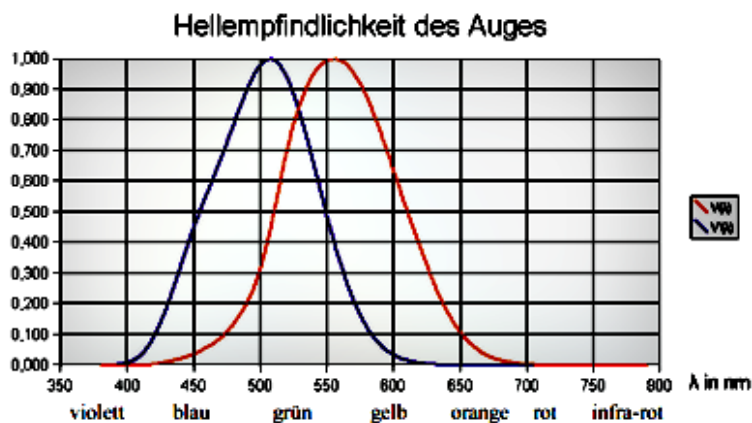


Abb. 2-6:  $V(\lambda)$ -Kurve beschreibt das Dämmerungssehen,  $V'(\lambda)$  das Nachtsehen.

### 2.3.1 Photometrische Größen

**Lichtstrom  $\Phi$**  (engl.: *luminous flux*): Der Lichtstrom ist die photometrische Entsprechung der radiometrischen Strahlungsleistung. Er ist der mit der Hellempfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges  $V(\lambda)$  und mit dem Maximum des photometrischen Proportionalitätsfaktor  $K_m$  bewertete spektrale Strahlungsfluss  $d\Phi(\lambda) / d\lambda$  [94].

**Lichtstärke  $I_v$**  (engl.: *irradiance*): Die Lichtstärke ist das photometrische Gegenstück zur Strahlstärke  $I_e$ . Sie ist der Quotient aus dem in eine bestimmte Richtung ausgestrahlten

Lichtstrom  $\Phi$  und dem durchstrahlten Raumwinkel  $\Omega$ .  $I_v = \frac{d\Phi}{d\Omega}$ . Die Einheit der Lichtstärke

ist Candela (cd) [93].



**Definition Candela:** Eine Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz (entspricht der Wellenlänge von ca. 555 nm) aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung  $1\text{ W}/683\text{ sr}$  beträgt. Wie bei allen photometrischen Größen bestimmt die Hellempfindlichkeitskurve  $V(\lambda)$  die physiologische Abhängigkeit von der Wellenlänge. Für die gewählte Wellenlänge gilt:  $V(555\text{ nm}) = 1$ .

Mit dieser Definition sind die Proportionalitätsfaktoren  $K_m$  und  $K_m'$  festgelegt. Für das helladaptierte Sehen gilt:  $K_m = 683\text{ cd/Wsr}^{-1}$ , für das dunkeladaptierte Sehen:  $K_m' = 1725\text{ cd/Wsr}^{-1}$  [89].

**Beleuchtungsstärke  $E$**  (SI-Einheit: Lux, engl.: *illuminance*): Die Beleuchtungsstärke ist das photometrische Gegenstück zur Bestrahlungsstärke  $E$ . Sie ist eine reine Empfängergröße und wird folgend definiert:  $E = \frac{d\Phi}{dA_e}$ , wobei  $A_e$  die Empfängerfläche darstellt [88].

## 2.4 Wellentheorie

Die in diesem Unterkapitel vorgestellten Begriffe beschreiben das Verhalten von Lichtwellen, nachdem sie an Teilchen gestreut wurden.

### 2.4.1 Wellengleichung

Die Wellengleichung (engl.: *phase function*) ist eine partielle Differentialgleichung, welche die Ausbreitung von Wellen modelliert. Eine Wellenfunktion ist die Lösung einer solchen Wellengleichung. Die Ausbreitungsrichtung von Lichtwellen, nachdem der eintreffende Lichtstrahl an einem Teilchen gestreut wurde, hängt von der Größe, der Form, der Ausrichtung und den dielektrischen Eigenschaften des Teilchens sowie von der Wellenlänge des eintreffenden Lichtstrahls ab [101].

### 2.4.2 Rayleigh Streuung

Rayleighs Wellenfunktion beschreibt die Streuung elektromagnetischer Wellen an Teilchen, die im Vergleich zur Wellenlänge der gestreuten Wellen einen kleinen Durchmesser besitzen.

Man kann sie in der Computergrafik zum Beispiel zur Simulation von Lichtstreuung in Zigarettenrauch oder Staub verwenden.

Definition [50, Seite 8]:

$$\rho_{\text{Rayleigh}}(\cos \alpha) = \frac{3}{4}(1 + (\cos \alpha)^2)$$

### 2.4.3 Mie Streuung

Gustav Mies Wellenfunktion wird verwendet, wenn der Durchmesser des Teilchens in etwa der Wellenlänge des eintreffenden Lichtstrahls entspricht. Durch sie kann man das Streuverhalten von Licht in Wassertropfen oder Nebel beschreiben.

Nishita [64] verwendet zwei verschiedene Annäherungen zur Beschreibung von Mie-Streuung. Die erste, in dieser Publikation als *hazy Mie* bezeichnet, wird verwendet, wenn die Teilchendichte gering ist, die Zweite, *murky Mie* genannt, wird bei hoher Teilchendichte angewandt.

Definition [64, Seite 2]:

$$\rho_{\text{hazyMie}}(\cos \alpha) = 1 + 9\left(\frac{1 + \cos \alpha}{2}\right)^8$$

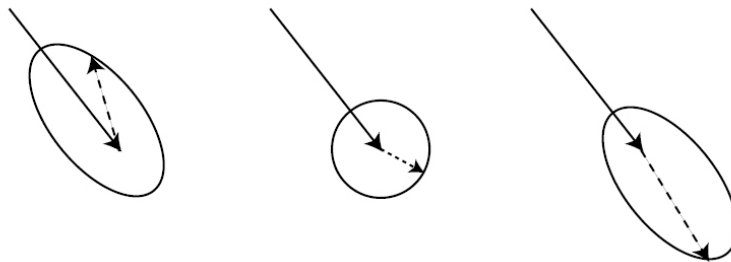
$$\rho_{\text{murkyMie}}(\cos \alpha) = 1 + 50\left(\frac{1 + \cos \alpha}{2}\right)^{32}$$

### 2.4.4 Henyey-Greenstein Wellenfunktion

Durch die Henyey-Greenstein Wellenfunktion kann man sowohl Rückwärts- als auch Vorwärtsstreuung (engl.: *forward* bzw. *backward scattering*) simulieren. Sie wird folgendermaßen definiert [37]:

$$\rho_{\text{HenyeyGreenstein}}(\cos \theta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}}$$

Der Parameter  $g$  kann Werte von  $-1$  bis  $1$  annehmen und beschreibt den Rück- bzw. Vorwärtstreugrad (Abb. 2-7).



**Abb. 2-7:** Ist  $g$  negativ (links), so kommt es zu verstärkter (anisotroper) Rückwärtsstreuung, ist  $g$  gleich  $0$  so kommt es zu gleichförmiger (isotroper) Streuung, nimmt  $g$  einen positiven Wert an, so kommt es zu verstärkter (anisotroper) Vorwärtsstreuung.

### **2.4.5 Elektromagnetische Streuung**

Treffen elektromagnetische Wellen auf Objekte, an denen das Wellenfeld gebeugt wird, so spricht man von elektromagnetischer Streuung. Das gesamte elektromagnetische Wellenfeld ergibt sich aus der Superposition des auf das Objekt einfallenden Wellenfeldes mit dem gestreuten Wellenfeld. Durch die Beugung an Objekten kommt es zur Vor- und Rückwärtsstreuung. In welche Richtung das Wellenfeld gestreut wird hängt stark von der Oberflächenbeschaffenheit des Streuobjektes ab [91].

### 3 Schattierung von virtuellen Objekten

Schattierungsverfahren beschreiben, wie sich ein Lichtstrahl verhält, nachdem er auf eine Oberfläche, welche eine gewisse Oberflächenbeschaffenheit besitzt, auftrifft. In der Computergrafik wird diese Licht-Oberfläche Interaktion meistens in drei Unterteilungen aufgeteilt [36]: Einen spekularen, einen diffus spiegelnden und einen ideal spiegelnden Teil. Kombiniert man die spekulare und die diffuse Reflexion in Anbetracht ihrer Intensitäten mit einem ambienten Teil, bekommt man die *Lichtgleichung* [63, Seite 6]:

$$I_{tot} = I_{amb} + I_{diff} + I_{spec}$$

Diese Gleichung besagt, dass die totale Lichtintensität aus mehreren Unterteilungen besteht, welche separat berechnet werden können.

Man kann in der Computergrafik zwischen zwei Arten von Schattierungsverfahren unterscheiden. Zum einen heuristisch-empirische Modelle, welche auf empirischen Materialbeobachtungen basieren und keine physikalische Grundlage haben, zum anderen physikalisch basierte Modelle, welche auf Messungen zurückgreifen und daher ein natürlicheres Ergebnis liefern. Bei der Wahl des Schattierungsverfahrens für ein gewisses Material muss man immer den Kosten-Nutzen Faktor berücksichtigen: physikalische Methoden liefern meist exaktere Ergebnisse, sind allerdings rechenintensiv, empirisch-heuristische Modelle sind schnell zu berechnen, stellen aber meist eine starke Verallgemeinerung der Oberflächenbeschaffenheit eines Materials dar.

In den folgenden beiden Abschnitten werden sowohl empirisch-heuristische als auch physikalische Modelle beschrieben.

#### 3.1 Heuristisch-Empirische Schattierungsverfahren:

##### 3.1.1 Schattierungsverfahren nach Lambert

Durch das Schattierungsverfahren von Lambert wird Licht gleichmäßig in alle Richtungen reflektiert und die Lichtintensität ist unabhängig vom Betrachterstandpunkt. Die Helligkeit hängt ausschließlich von der Richtung der Lichtquelle und dem Abstand von der Lichtquelle ab (bzw. von den atmosphärischen Verhältnissen zwischen Lichtquelle und Objekt). Das lambertsche Gesetz besagt nämlich, dass die Menge an Licht, die von einem unendlich kleinen Flächenstück zum Betrachter ausgesendet wird, direkt proportional zum Kosinus des Winkels zwischen Betrachtungsrichtung und Oberflächennormale ist:

$$I = I_i k_d \cos \theta$$

wobei  $I_i$  die Intensität der Punktlichtquelle und  $k_d$  den diffusen Reflexionskoeffizient darstellt ( $k_d \in [0,1]$ ).

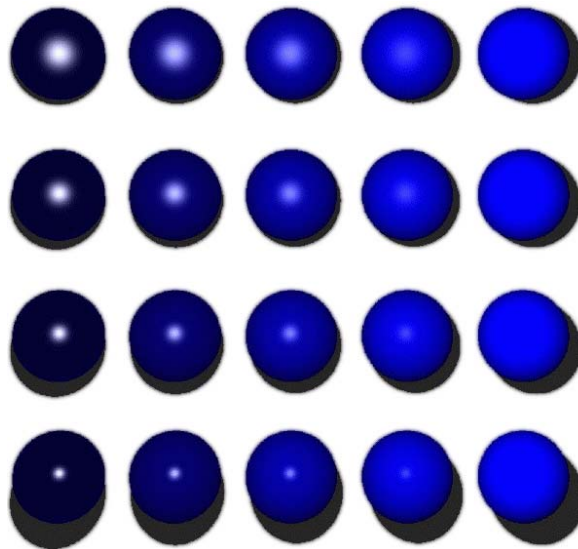
Die lambertsche Oberfläche beschreibt also eine diffuse Reflexion, es können keine Glanzlichter auftreten [104].

### 3.1.2 Schattierungsverfahren nach Phong

Phong Bui-Tuong stellte 1975 sein Beleuchtungsmodell vor, in welchem erstmals spiegelnde Reflexionen simuliert wurden [69]. Solche kann man an allen Oberflächen, wo Glanzlichter entstehen, beobachten. Im Gegensatz zum lambertschen Schattierungsverfahren reflektieren glänzende Regionen Licht nicht gleichmäßig in alle Richtungen - sie hängen also vom Betrachterstandpunkt ab. Phong-Schattierung basiert auf folgender Gleichung:

$$I = I_i k_s \cos^n \alpha$$

wobei  $I_i$  die Intensität der Punktlichtquelle,  $k_s$  ( $k_s \in [0,1]$ ) den spekularen Reflexionskoeffizienten (=Intensität der Spiegelung), der Exponent  $n$  die „shininess“ (also die Größenverteilung des Glanzlichts auf der Oberfläche) und  $\alpha$  den Winkel zwischen dem ideal reflektierten Strahl (nach dem snelliusschen Gesetz) und dem Vektor zum Betrachterstandpunkt darstellt.



**Abb. 3-1:**  $k_s$  von links nach rechts: 1.0 – 0.75 – 0.5 – 0.25 – 0.0.  $n$  von oben nach unten: 5 – 10 – 20 – 40.

Wie das lambertsche Schattierungsverfahren ist auch das Phong-Modell rein empirisch-heuristisch. Es ist also physikalisch nicht begründbar, erzeugt aber akzeptable Ergebnisse.

### 3.1.3 Schattierungsverfahren nach Blinn

Ein anderes heuristisches Modell zur Berechnung spiegelnder Reflexionen stellte 1978 J. F. Blinn vor [9]. Durch diese Methode können Glanzlichter schneller berechnet werden, als bei Phong. Sein Schattierungsverfahren beruht auf folgender Gleichung:

$$I = I_i k_s (\cos \phi)^m$$

wobei  $I_i$  die Intensität der Punktlichtquelle,  $k_s$  den spekularen Reflexionskoeffizienten,  $\phi$  den Winkel zwischen dem normalisierten Summenvektor  $h$  (Summenvektor des Vektors zur Punktlichtquelle und des Vektors zum Betrachterstandpunkt) und der Oberflächennormale und  $m$  die „shininess“ angeben.

## 3.2 Physikalisch basierte Schattierungsverfahren

### 3.2.1 Schattierungsverfahren nach Cook-Torrance

Robert L. Cook und Kenneth E. Torrance publizierten 1981 ihr physikalisch basiertes Schattierungsmodell [15]. Dieses Modell kann (im photorealistischen Sinn) qualitativ hochwertigere Ergebnisse als das Phong bzw. Blinn Modell erzielen, beansprucht dafür aber auch längere Berechnungszeiten. Für eine photorealistische Wiedergabe trägt die Simulation von Farbänderungen innerhalb der Glanzlichter (nach Fresnel) bei.

Cook und Torrance berechnen ihr Reflexionsmodell nach folgender Theorie:

Das Modell beruht auf der vereinfachten Annahme, dass die zu schattierende Oberfläche aus vielen kleinen, ebenen und unterschiedlich gerichteten Facetten besteht, die alle perfekte Spiegel sind.

Die gesamte reflektierte Intensität an einem Oberflächenpunkt wird durch folgende Gleichung berechnet:

$$I_r = \rho_d I_a + \sum_j I_{ij} (N \cdot L_j) d\omega_{ij} (k_d \rho_d + k_s \rho_s)$$

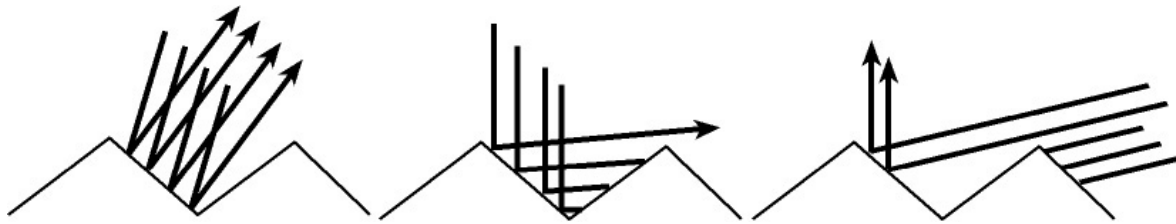
wobei  $k_d + k_s = 1$ . Der diffuse Term  $\rho_d$  wird als konstant angesehen, im Gegensatz zum

Phong-Modell gibt es aber einen entscheidenden Unterschied in der spekularen Funktion  $\rho_s$ :

$$\rho_s = \frac{F_\lambda D G}{\pi (N \cdot V)(N \cdot L)}$$

Hier behandelt  $F_\lambda$  den Fresnel-Term,  $D$  beschreibt die Verteilung der Mikrofacetten [26] und  $G$  beschreibt eine Funktion der Lichtabschwächung durch oberflächenspezifische, geometrische Irregularitäten (Abb. 3-2).

Durch diese Gleichung wird klar, dass dieses Modell aufgrund seiner komplexen Berechnung zwar realistische Glanzlichter erzeugt, diese aber nicht in Echtzeit realisiert werden können.



**Abb. 3-2:** Reflexionsverhalten aufgrund von Mikrofacetten: Links ist der Winkel zwischen eintreffenden und reflektierten Lichtstrahl niedrig, daher wird jeder Lichtstrahl reflektiert. Das mittlere Bild zeigt, dass reflektierte Lichtstrahlen blockiert werden können, falls der Winkel größer wird. Das rechte Bild zeigt den selben Effekt aus einer anderen Einfallsrichtung.

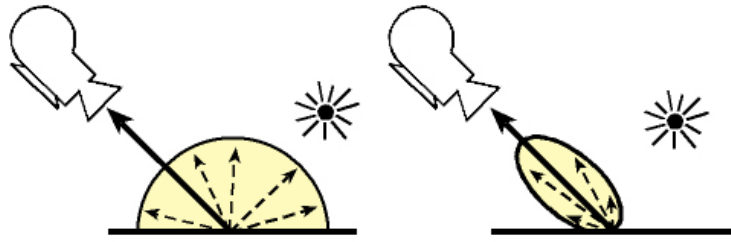
In der Computergrafik werden die heuristischen Schattierungsverfahren nach Phong oder Blinn bevorzugt eingesetzt, da diese mit weit geringerem Aufwand akzeptable Ergebnisse liefern.

### 3.2.2 Schattierungsverfahren nach Oren-Nayer

Michael Oren und Shree K. Nayar veröffentlichten 1994 ihre Weiterentwicklung des lambertschen Schattierungsverfahrens [65]. Hierbei nimmt man an, dass die zu schattierende Oberfläche aus einer Ansammlung von lambertschen Oberflächenfacetten besteht. Durch dieses Schattierungsmodell wird die Helligkeitssteigerung einer rauen Oberfläche bei Annäherung der Betrachterrichtung zur Punktlichtquellrichtung simuliert (im Gegensatz zum lambertschen Modell, wo die Helligkeit unabhängig von der Betrachterrichtung ist).

## 3.3 Die BRDF (*Bidirectional Reflection Distribution Function*)

Das am stärksten reflektierte Lichtspektrum nehmen wir als die „Farbe“ der Oberfläche wahr. Die Richtung und die „Farbe“ (Wellenlänge) der reflektierten Lichtstrahlen hängen von diversen Faktoren ab. Dazu zählen unter anderem die Richtung des einfallenden Lichtes, die chemische Zusammensetzung und die elektrischen Eigenschaften des reflektierenden Materials sowie dessen makro- bzw. mikroskopische Oberflächenbeschaffenheit. Raue Oberflächen zum Beispiel reflektieren Lichtstrahlen in alle Richtungen, glatte Oberflächen reflektieren Licht sehr nah am Reflexionsvektor [4, Seite 26ff].



**Abb. 3-3:** bei rauen Oberflächen wird reflektiertes Licht gleichmäßig in alle Richtungen zerstreut (links), bei glatten, schimmernden (engl.: *glossy*) Oberflächen wird Licht stark in Richtung des Reflexionsvektors reflektiert.

Bei transparenten Materialien wie Glas wiederum wird ein Teil des Lichtstrahls reflektiert und ein anderer Teil transmittiert (vgl. Fresnel Term, Abschnitt 2.1.4), was ihrem Aussehen einen gewissen Glanz verleiht.

Unter dem Mikroskop kann man feststellen, dass Objekte zumeist aus einer komplexen Komposition verschiedener Materialien bestehen, welche entweder ineinandergemischt oder aufeinander geschichtet sind. Trifft nun Strahlung auf eine Oberfläche, so wird deren Reflexion durch den spektralen Reflexionsfaktor  $\rho$  beschrieben, der das Verhältnis von reflektierter Strahldichte zur einfallenden Bestrahlungsstärke angibt [62]:

$$\rho(\lambda, \Phi_r, \theta_r, \Phi_i, \theta_i) = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \Phi_r, \theta_r)}{E_{\lambda,i}(\lambda, \Phi_i, \theta_i)} = \frac{\text{reflektierte Strahldichte} [Wsr^{-1}m^{-2}]}{\text{einfallende Bestrahlungsstärke} [Wm^{-2}]}$$

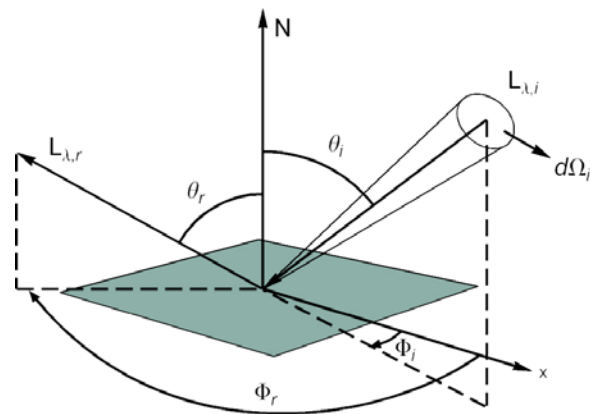
Ferner gilt [58]:

$$E_{\lambda,i}(\lambda, \Phi_i, \theta_i) = \int L_{\lambda,i}(\lambda, \Phi_i, \theta_i) \cos \theta_i d\Omega_i.$$

Eine wichtige Eigenschaft der BRDF ist ihre Reziprozität, was bedeutet, dass sich  $\rho_\lambda$  nicht ändert wenn man Ein- und Ausfallswinkel vertauscht. Es gilt also [58]:

$$\rho(\lambda, \Phi_1, \theta_1, \Phi_2, \theta_2) = \rho(\lambda, \Phi_2, \theta_2, \Phi_1, \theta_1).$$

$\rho_\lambda$  ist im allgemeinen anisotrop, es ändert



**Abb. 3-4:** Parameter der BRDF. Index i bezeichnet die einfallende, Index r die reflektierte Strahlung.

sich also der Anteil des reflektierten Lichts, wenn man bei gleichem Ein- und Ausfallswinkel die Fläche um die Normale verdreht.

Trifft in einem Punkt Licht aus mehreren Richtungen ein, so werden die einzelnen Reflexionen überlagert und beeinflussen sich nicht gegenseitig. Der Reflexionsfaktor ist aufgrund der Energieerhaltung immer positiv. Da dieser im Extremfall allerdings gegen



unendlich gehen kann, wird stattdessen mit dem Reflexionsgrad  $r$  gearbeitet, welcher das Verhältnis zwischen reflektierter und einfallender Bestrahlungsstärke angibt [58].

### 3.4 Ermittlung bzw. Messung einer BRDF

Es gibt zwei Methoden um Werte für eine BRDF zu erlangen: entweder durch ein theoretisches Schattierungsmodell oder durch Messungen an einem realen Material. Einige theoretische Modelle wurden in diesem Kapitel bereits vorgestellt, daher wird in den folgenden Unterkapiteln auf die physikalische Messung von BRDF-Daten eingegangen.

#### 3.4.1 Analytische Modelle

Ein theoretisches Modell einer BRDF kann dem Namen nach rein theoretisch sein, oder es kann durch Messungen simuliert werden. Westin *et al.* [85] stellten 1992 eine Simulationsmethode zur Erlangung von BRDF-Daten für komplexe und sowohl isotrope als auch anisotrope Materialien vor. Die Idee hinter dieser Methode wird in Abb. 3-6 visualisiert. Zuerst erzeugen Westin *et al.* ein mikroskopisch kleines Modell des zu simulierenden Materials

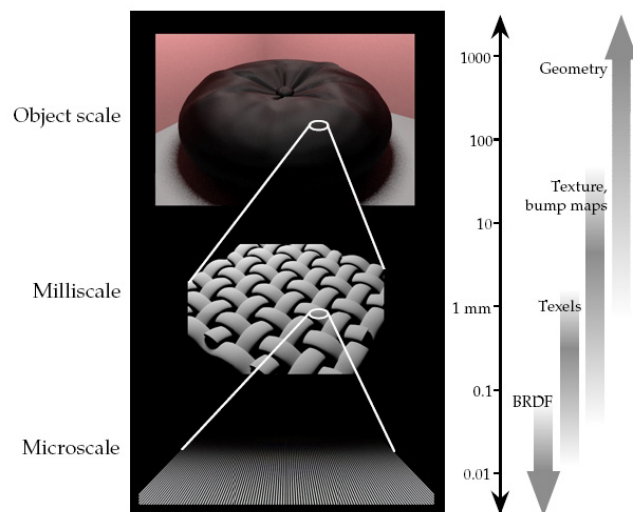


Abb. 3-5: Größenverhältnisse.

(Abb. 3-5 zeigt die Größenverhältnisse). Abbildung 3-6 zeigt ein mathematisches Modell einer Samtstruktur durch ein Mikroskop betrachtet: Eine Anhäufung von schmalen, relativ zufällig ausgerichteten Zylindern. In dieser Abbildung ist auch die „target area“ eingezeichnet. Über diese Fläche werden dann die für eine BRDF relevanten Daten durch einen Monte Carlo Raytracing-Algorithmus [45] gewonnen.

Diese Methode kann auch für verschieden genaue Detailgrade angewandt werden: Die Ergebnisse einer Simulation mit mikroskopischer Genauigkeit können als Fundament für eine Simulation mit geringerer Genauigkeit dienen. Dies bedeutet, dass die BRDF hierarchisch nach dem gewünschten Genauigkeitsgrad (engl.: *level of detail*) berechnet werden kann [85].

Andere analytische Modelle wurden unter anderem von Marschner *et al.* [58], Sato *et al.* [73] und Kim *et al.* [49] vorgestellt.

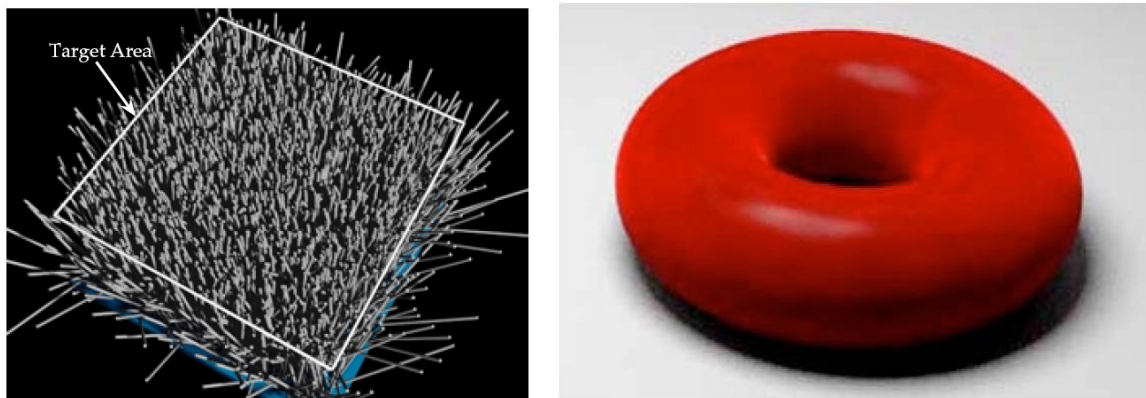


Abb. 3-6: Mikrofacettenmodell für Samt und das daraus resultierende Bild.

### 3.4.2 Messung einer BRDF an realen Objekten

Eine andere Methode zur Erhaltung von BRDF-Daten eines Materials stellt die Messung an einem realen Objekt dar. Apparate zur Messung solcher Daten werden *Gonioreflektometer* genannt [27].

Die Messung ist vor allem deshalb sehr schwierig, weil eine BRDF vierdimensional ist. Die natürlichen Probleme einer solchen Messung sind auch die Stabilisierung der Kamera, Variationen der Oberflächengeometrie und interne Lichtreflexionen [71]. Aufgrund dieser Probleme kann es zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen bei mehrmaliger Messung einer Fläche kommen [57].

Abbildung 3-7 zeigt ein typisches Bild eines gewöhnlichen Gonioreflektometers [71]. Das Prinzip hinter einem solchen Gonioreflektometer ist folgendes: Die abzutastende Fläche in der Mitte wird mit einer beweglichen Lichtquelle beleuchtet und die Reflexion wird von einem beweglichen Reflektor gemessen. Dieser Messapparat hat einen vierdimensionalen Freiheitsgrad.

Ward [84] stellte 1992 ein modifiziertes Gonioreflektometermodell vor. Bei seinem Messapparat wird der Freiheitsgrad auf zwei Dimensionen beschränkt, wodurch die Anzahl der zu bewegenden Teile reduziert wird. Das komplette System besteht aus einer gerichteten Lichtquelle, einem zur Hälfte versilberten, hemisphärischen Spiegel und einer Fischaugenlinse. Diese Konstruktion speichert alle reflektierten Lichtstrahlen auf einmal, da der Spiegel das reflektierte Licht in die Fischaugenlinse zurückwirft. Durch diesen optischen

Aufbau kann man mit Wards Gonioreflektometer BRDF-Daten in nur wenigen Minuten berechnen. Der Nachteil dieser Methode ist, dass die gewonnenen Daten einen hohen Störrauschanteil haben und dass die gemessene Fläche nicht alle Reflexionswinkel des Lichts abdeckt [84].

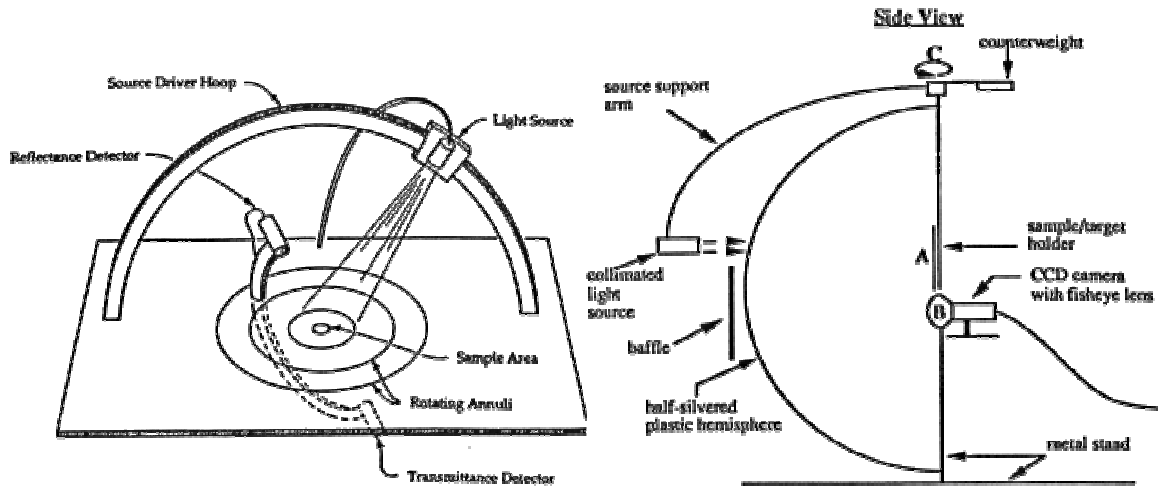


Abb. 3-7: Links ein gewöhnlicher Gonioreflektometer [71], Rechts das Modell von Ward [84].

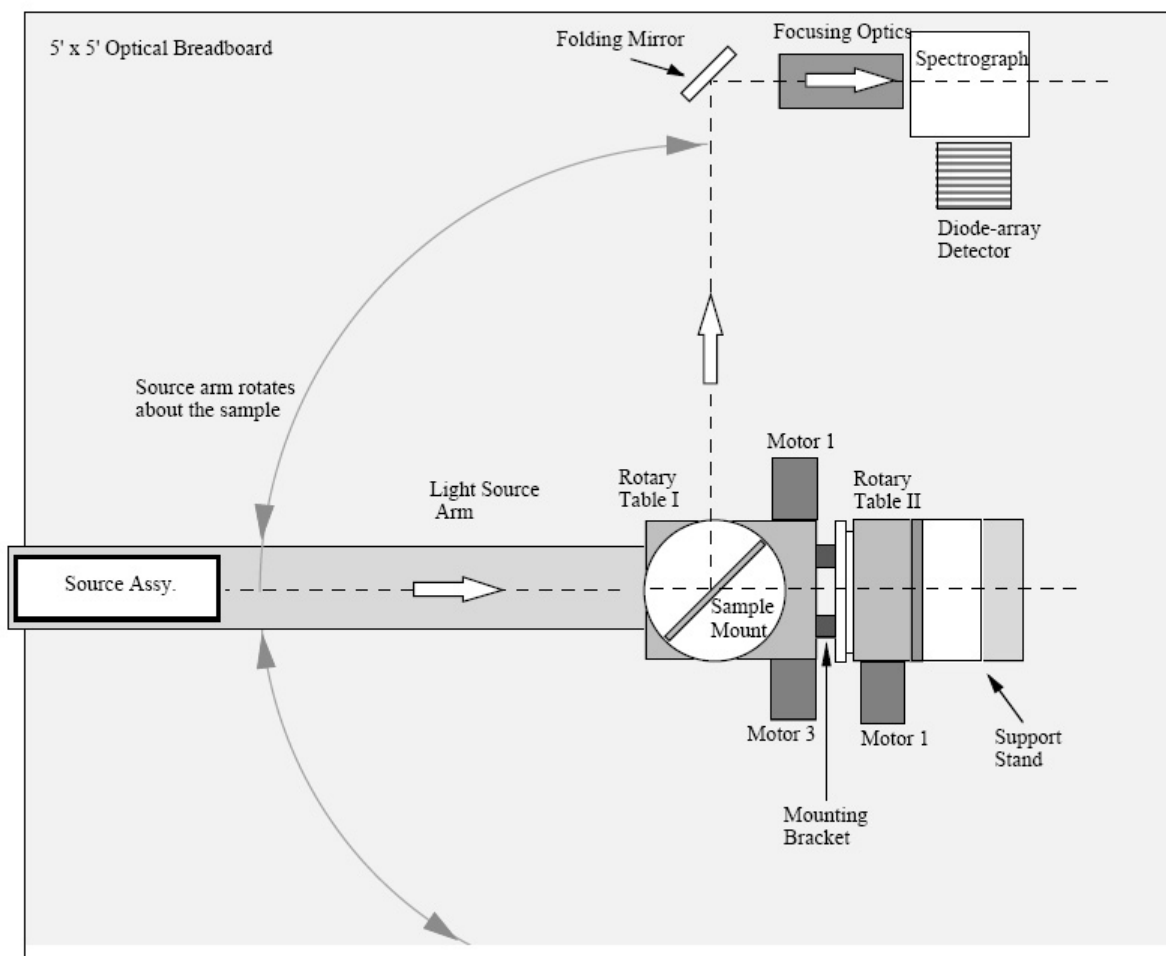


Abb. 3-8: Foos Gonioreflektometer aus der Vogelperspektive.

1997 stellte Foo [27] sein Gonioreflektometermodell vor. Sein Messapparat besteht aus drei Achsen (Abb. 3-8) und kann isotrope Materialien messen (anisotrope Oberflächen können nicht gemessen werden).

Die weißen Pfeile in Abbildung 3-8 beschreiben den Weg des von der beweglichen Lichtquelle ausgestrahlten Lichts. Das Licht wird von der rotierenden Abtastfläche zu einem Spiegel reflektiert und von dort zu einem optischen Sensor geleitet. Dieser Apparat ist sehr effektiv und erlaubt einen Lichteintreffwinkel von 0 bis 86 Grad.

Weitere Gonioreflektometer kann man zum Beispiel bei Debevec *et al.* [19], Angelopoulou [3] und Jensen *et al.* [41] finden. Die University of Columbia [14] und die University of Cornell [16] stellen BRDF-Daten in öffentlich zugänglichen Datenbanken zur Verfügung.

## 4 Transluzente Materialien

Transluzenz bezeichnet die teilweise Lichtdurchlässigkeit eines Körpers. Dies bedeutet, dass Lichtstrahlen in einen Körper eindringen können und bevor sie ihn wieder verlassen innerhalb des Körpers gestreut werden. Man darf Transluzenz aber nicht mit Transparenz verwechseln, um diese beiden Begriffe abzugrenzen, könnte man Transparenz als *Bilddurchlässigkeit* und Transluzenz als *Lichtdurchlässigkeit* definieren.

Man kann lichtdurchlässige Materialien überall in der Natur finden. Im Grunde genommen haben die meisten nicht-metallischen Oberflächen einen gewissen Grad an Transluzenz, daher spielt die Simulation des Lichttransports innerhalb eines solchen Materials eine große Rolle in der Computergrafik.

Zu transluzenten Materialien zählen unter anderem Wachs, menschliche Haut, Milch, Sand, Schnee, Blätter, organische Oberflächen u. v. a..

Wie viel des eintreffenden Lichts von einem transluzenten Material wieder zurückgestrahlt wird, wird durch seine Albedo (von lat. *albidus*: weiß) definiert. Da die Albedo das Verhältnis des auffallenden Lichts zur reflektierten Strahlung angibt, kann sie theoretische Werte von 0 bis 1 annehmen (dabei gilt: je höher die Albedo, desto größer ist der Anteil der reflektierten Strahlung). Da der Emissionskoeffizient für die Abstrahlung von Wärmestrahlung nach dem Kirchhoffschen Gesetz gleich dem Absorptionskoeffizienten ist, wird dieser als 1 minus der Albedo definiert.

Albedo verschiedener Oberflächen [86]:

|                         |             |                       |             |
|-------------------------|-------------|-----------------------|-------------|
| Rasen:                  | 0,18...0,23 | alte Schneedecke:     | 0,45...0,70 |
| nicht bestellte Felder: | 0,26        | menschliche Haut:     | 0,9...0,95  |
| Schotter:               | 0,18        |                       |             |
| Asphalt:                | 0,15        | Wasserfläche:         |             |
| Wälder:                 | 0,05...0,18 | Neigungswinkel > 45°: | 0,05        |
| Wüsten:                 | 0,30        | Neigungswinkel > 30°: | 0,08        |
| Savannen:               | 0,20...0,25 | Neigungswinkel > 20°: | 0,12        |
| frische Schneedecke:    | 0,80...0,90 | Neigungswinkel > 10°: | 0,22        |



**Abb. 4-1:** Beispiele für lichtdurchlässige Materialien. Man kann erkennen, dass Lichtstrahlen zwar durch solche Körper hindurchwandern können, man kann durch sie allerdings nicht wie z. B. bei Glas hindurchsehen.

## **4.1 Beispiel eines transluzenten Materials: menschliche Haut**

Die photorealistische Wiedergabe menschlicher Haut zählt zu den schwierigsten Herausforderungen in der Computergrafik, da sie ein stark lichtstreuendes, inhomogenes und mehrschichtiges Material ist. Wenn also ein Lichtstrahl auf Haut trifft, so wird er nicht gleich reflektiert, sondern durchdringt mehrere Hautschichten und wird innerhalb dieser durch sehr viele Streuvorgänge gestreut. Nach einer gewissen Zeit wird er dann absorbiert oder er verlässt die oberste Hautschicht wieder.

Ein Effekt des Lichttransports innerhalb von Haut sind weiche Schattenverläufe an den Schattenrändern. Dies geschieht, weil ein Lichtstrahl die Oberfläche mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht an der selben Stelle verlässt, an welcher er eindrang. Durch den Lichttransport innerhalb der Haut kann es also vorkommen, dass ein Lichtstrahl die oberste Hautschicht an einer unbeleuchteten Fläche (Schatten) verlässt. Deshalb haben die Schattenränder an menschlicher Haut eine leichte Rottönung, wodurch es aussieht als wären diese Regionen leicht beleuchtet. Da die Positionsdifferenz der Eindring- bzw. Austrittsstelle sehr gering ist, tritt dieser Effekt aber nur bei Schattenrändern und nicht bei total unbeleuchteten Stellen auf [8].

An Körperstellen wie den Fingern oder an den Ohren kommt es auch vor, dass ein Lichtstrahl das Gewebe komplett durchdringt und an der Rückseite der Körperstelle wieder austritt. Diesen Effekt kann man beobachten wenn man die Hand vor eine Taschenlampe hält oder die Ohren stark von hinten beleuchtet werden.

Ein weiteres Problem bei der korrekten Simulation von menschlicher Haut ist, dass die Streueigenschaften der einzelnen Hautschichten unterschiedlich sind und die Dicke der diversen Hautschichten über den Körper verteilt variiert.

### **4.1.1 Schichtenmodell der Haut**

Menschliche Haut besteht aus zwei Hauptschichten: die Epidermis und die Dermis. Die oberste Schicht der Epidermis ist die Stratum Corneum. Sie besteht hauptsächlich aus toten Zellen (Corneocyten) und ist stark lichtdurchlässig für alle Wellenlängen. Nur etwa 5 - 7% des eingefallenen Lichts wird in die Umwelt zurückreflektiert [80]. Insgesamt ist die Epidermis 0.027 – 0.15 mm dick [2] und ihr Absorptionsspektrum ist relativ groß - mit höheren Werten für kurzwelliges Licht.

Die Stratum Corneum und die Epidermis haben die Eigenschaft eintreffendes Licht stark nach vorne zu streuen („*Mie scattering*“) [40]. Wie stark diese Vorwärtsstreuung auftritt ist

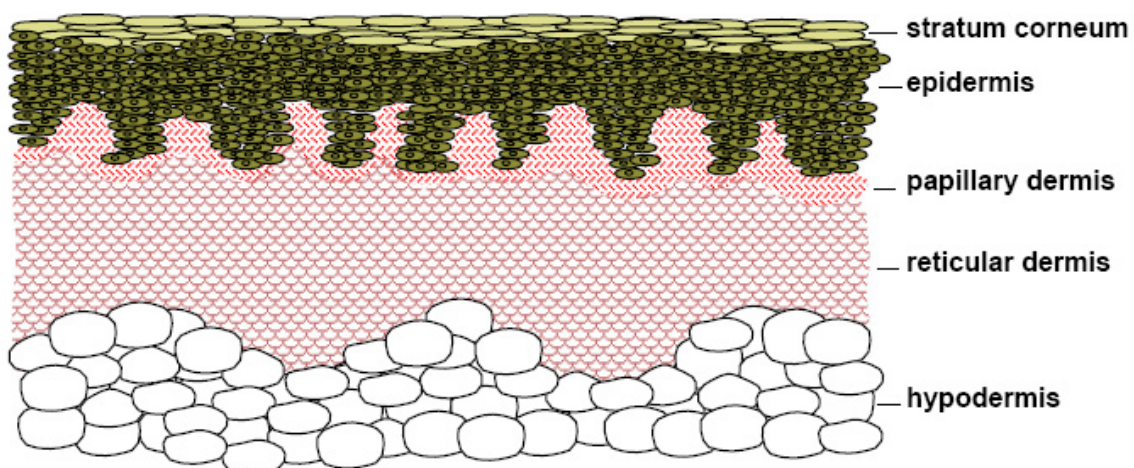


allerdings von der Wellenlänge des Lichts abhängig - je kürzer die Wellenlänge desto breiter die Streuung. Für die Streuung und Absorption des Lichts in der Epidermis ist das Pigment Melanin verantwortlich [77].

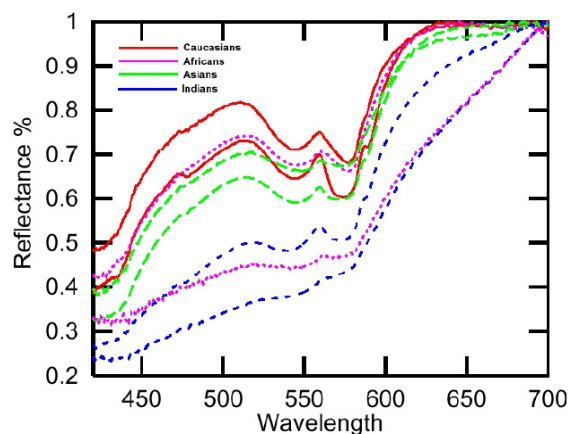
Die Dermis ist eine 0.6 – 3 mm dicke Schicht [2], welche wie die Epidermis Licht sowohl reflektiert als auch transmittiert. Die Absorptionseigenschaften dieser Schicht hängen stark vom Chromosom Hämoglobin ab, welches zum Beispiel Blut seine rote Farbe gibt [77].

Die Dermis hat die Eigenschaft Licht sehr stark zu streuen, wodurch die Lichtdistribution des nach der Streuung reflektierten Lichts diffus wird [2] (Jensen *et al.* [41] bzw. J. Stam [75] machen sich in ihren Simulationsmodellen diese Eigenschaft zu Nutze).

Unter der Dermis befindet sich die Hypodermis, welche streng genommen nicht zur menschlichen Haut gehört. Sie ist bis zu 3cm dick und sie besteht hauptsächlich aus weißen Fettanlagerungen, welche eindringendes Licht kaum hindurchlassen und daher stark in die oberen Schichten zurückreflektieren [23].



**Abb. 4-2:** Schichtenmodell von menschlicher Haut. Hier wird die Dermis in zwei Schichten, nämlich die papillare und die retikuläre Dermis, unterteilt.



**Abb. 4-3:** Normalisiertes Reflexionsspektrum von menschlicher Haut, gemessen an einer Stelle am Handrücken unter vier verschiedenen ethnischen Gruppen (jeweils zwei Testpersonen pro Gruppe).



#### 4.1.2 Lichttransport innerhalb der menschlichen Hautschichten

Die Fortpflanzung von Licht innerhalb der Haut kann man in vier Interaktionsstufen unterteilen [52]:

1. Luft  $\Leftrightarrow$  Stratum Corneum
2. Stratum Corneum  $\Leftrightarrow$  Epidermis
3. Epidermis  $\Leftrightarrow$  Papillare Dermis
4. Papillare Dermis  $\Leftrightarrow$  Retikulare Dermis
5. Retikulare Dermis  $\Leftrightarrow$  Hypodermis

Trifft ein Lichtstrahl auf menschliche Haut (Stufe 1), so wird er entweder reflektiert oder in die Stratum Corneum refraktiert. Von dort kann er dann oft innerhalb der darunterliegenden Schichten reflektiert bzw. transmittiert werden, bis er entweder absorbiert wird oder die Haut durch die oberste Schicht wieder verlässt. Kommt ein Lichtstrahl bis zu Stufe 4, so kann man annehmen, dass er absorbiert wird und nicht mehr in die Luft entweicht [52].

Wie viel Licht eine Schicht reflektiert bzw. transmittiert, hängt vom Fresnel Term ab, daher braucht man auch die Brechungsindizes jeder einzelnen Schicht um eine korrekte Simulation der Haut-Licht Interaktion durchzuführen.

Brechungsindizes der einzelnen Hautschichten [52]:

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| Stratum Corneum | $\eta_s = 1.55$ |
| Epidermis       | $\eta_s = 1.4$  |
| Dermis          | $\eta_s = 1.37$ |

Genauere Beschreibungen der Reflexions- und Spektraleigenschaften der einzelnen Hautschichten kann man unter anderem in folgenden Publikationen finden: [13, 24, 25, 29, 39, 68, 76 und 79].

## 5 Schattierungsmodelle für transluzente Materialien

Es gibt eine große Anzahl an Literatur über Lichttransport und Lichtstreuung. Im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts stellten Kubelka und Munk [53] ihr Lichttransportmodell vor. Sie beschrieben dabei die Lichtreflexion an vielschichtigen Farbstoffen unter Berücksichtigung eines Streu- und Absorptionskoeffizienten.

Eine nichtlineare, integrale Streugleichung, welche den Lichttransport und dessen Streuvorgänge in Gasen beschreibt, wurde ausführlich von Ambarzumian [1], Chandrasekhar [11] und van de Hulst [82] behandelt. Ihre Arbeiten decken Simulationsverfahren von homogenen, isotropen Gasen, bis hin zu festen, inhomogenen und anisotropen Materialien ab. J. F. Blinn war einer der ersten Wissenschaftler, welche sich mit der Lichtstreuung in Gasen im Hinblick auf deren Visualisierung in der Computergrafik beschäftigten. Er veröffentlichte 1982 sein Modell, welches die Reflexion und Transmission von Licht in dünnen Partikelwolken (unter Berücksichtigung des Fresnel-Terms) simulierte [10]. Kajiya und von Herzen [46] beschrieben ein Modell zur Berechnung von variierenden Dichtewerten innerhalb eines Gases. Allerdings muss die bei ihrem Modell benutzte Strahlentransportgleichung (engl.: *radiative transport equation*) [45] numerisch gelöst werden um akkurate Ergebnisse zu erzielen, wodurch diese Methode sehr ineffizient ist.

Monte Carlo Methoden stellen eine robuste und simple Technik zur Lösung der Lichttransportgleichung dar. Hanrahan und Krueger [33] beschrieben Streuvorgänge in vielschichtigen Materialien durch eine lineare Transportgleichung. Ihr Modell ist sehr stabil und exakt, muss aber mit dem für Monte Carlo Simulationen typischen Problem des Störtauschs kämpfen. Pharr und Hanrahan beschrieben 2000 ein mathematische Schema [66] zur Lösung der linearen Transportgleichung und stellten auch eine neue Monte Carlo Technik vor. Jensen und Christensen entwickelten ein Simulationsmodell für Lichttransport in lichtdurchlässigen Medien [42] durch Photon Mapping. Die Photon Mapping Technik wurde auch von Dorsey *et al.* [22] zur Simulation von Lichttransport in verwitterten Steinstrukturen verwendet.

Die oben genannten Modelle müssen alle numerisch gelöst werden, wodurch sie für die Computerspiel- und Filmindustrie, wegen ihren hohen Berechnungszeiten, kaum einsetzbar sind. Jensen *et al.* [41] stellten 2001 ihr (für die Filmindustrie) bahnbrechendes Modell zur Simulation von Volumenstreuung vor. Dies war das erste Modell, welches multiple Streuvorgänge in einem transluzenten Material analytisch, und daher relativ zeitsparend im Hinblick auf Berechnungszeiten, simulieren konnte. Sie verwenden dazu die von Stam [75]

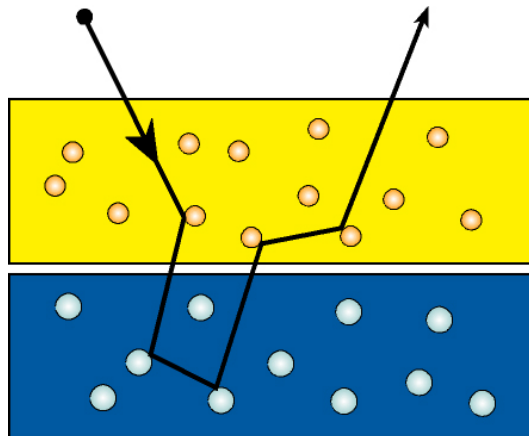
vorgestellte Diffusionsannäherung, welche sie mit der von ihnen vorgestellten Dipol-Approximation umsetzen.

Mertens *et al.* [61] stellten 2005 einen neuen Algorithmus zur Wiedergabe von Volumenstreuung vor, wodurch sie Materialien mit inhomogenen Materialeigenschaften und gekrümmten Oberflächen realistisch und effizient schattieren können.

Im folgenden Kapitel werden das Kubelka und Munk Schichtenmodell [53], das von Hanrahan und Krueger entwickelte numerische Lichttransportmodell mit Monte Carlo Algorithmus [33], das von Jensen *et al.* entwickelte analytische Dipolmodell [41] und dessen Erweiterung von Mertens *et al.* genauer beschrieben [61].

## 5.1 Das Kubelka- Munk Modell

Schon 1931 entwickelten P. Kubelka und F. Munk in ihrem Artikel „Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche“ [53] die Theorie, dass die Farbe eines Objekts durch eine Überlagerung verschiedener Farb- bzw. Materialschichten bestimmt wird (Abb. 5-1).



**Abb. 5-1:** Fortpflanzung eines Lichtstrahls innerhalb eines vielschichtigen Materials.

Wenn Licht auf die obere Schicht trifft, so interagiert es mit deren Teilchen. Ein Teil des Lichts wird absorbiert, der andere Teil wird gestreut und tritt dann entweder aus der Oberfläche wieder aus oder wird in die untere Schicht transmittiert, wo er weiter gestreut wird. Schließlich wird der Lichtstrahl absorbiert oder er verlässt das Medium wieder. Um diesen Lichttransport analytisch zu simulieren, machten Kubelka und Munk folgende Vereinfachungen [53]:

1. Vereinfachung: Die Zusammensetzung jeder Schicht ist homogen, die Farbe und Streuung innerhalb einer Schicht bleibt also gleich.

2. Vereinfachung: Die Richtung der Lichtverteilung wird außer acht gelassen. Man nimmt also an, dass die oberste Schicht des Mediums von allen Richtungen mit gleicher Lichtstärke bestrahlt wird und Licht, welches aus dem Medium wieder austritt, in alle Richtungen gleich verteilt wird. Diese Annahme stellt eine starke Vereinfachung der realen Welt dar, weil Licht nur in den seltensten Fällen (z. B.: unter freiem Himmel an einem klaren Tag) von allen Richtungen mit gleicher Stärke auftritt [32].
3. Vereinfachung: Licht kann ausschließlich in zwei Richtungen gestreut werden, nämlich nach oben oder nach unten.

Aufbauend auf diesen Vereinfachungen hängt der reflektierte Lichtstrahl also von der physikalischen Dicke  $d$ , dem Streugrad  $\sigma_s$  (engl.: *scattering coefficient*) und dem Abschwächungsgrad  $\sigma_a$  (engl.: *attenuation coefficient*) einer Schicht ab (Abb. 5-2, 5-3). Der Abschwächungsgrad  $\sigma_a$  beschreibt, wieviel Licht in einer Schicht absorbiert wird. Bei Gasen kann durch ihn die differentielle Abschwächung des Lichts bezogen auf die zurückgelegte Distanz berechnet werden (Lichtverlust an einer bestimmten Stelle  $= 1 - e^{-\sigma_a x}$ , wobei  $x$  die zurückgelegte Distanz des Lichtes im Medium ist [67]).

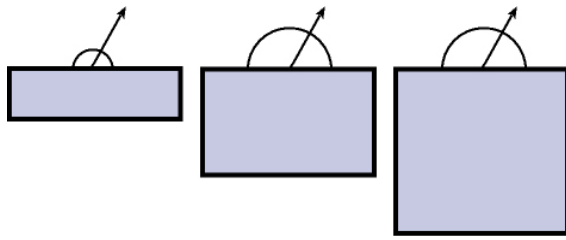
Der Streugrad gibt an, wieviel Licht im Bezug auf die zurückgelegte Distanz wieder aus dem Medium austritt. Geht ein Lichtstrahl durch eine Schicht, so wird er durch Interaktion mit den Schichtteilchen gestreut. Ein Teil dieses Lichts nimmt nun die Farbe der Teilchen an und verlässt das Medium wahrscheinlich wieder.

Wenn die drei Parameter für ein Material bekannt sind, so wird der Reflexionsgrad und den Transmissionsgrad jeder Schicht nach folgender Formel berechnet [53]:

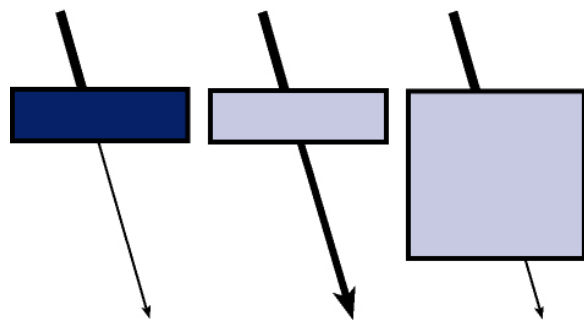
$$R = \frac{\sinh t}{a \sinh t + b \cosh t}$$

$$T = \frac{b}{a \sinh t + b \cosh t}$$

wobei  $a = \frac{\sigma_s + \sigma_a}{\sigma_s}$ ,  $b = \sqrt{a^2 - 1}$  und  $t = b \sigma_s d$ .



**Abb. 5-2:** Bei Angabe eines fixen Streugrads wird die Menge des zurückgestreuten Lichts bei Verdickung des Mediums größer. Ist allerdings eine gewisse Dicke erreicht, so erhöht sich die Menge des austretenden Lichts nicht mehr. Diesen Effekt kann man mit dem Streichen einer weißen Wand mit blauer Farbe vergleichen: je dicker die blaue Farbschicht aufgetragen wird, desto kräftiger wird die Farbe der Wand, ab einer gewissen Schichtdicke der blauen Farbe ist allerdings die maximale Sättigung erreicht [53].



**Abb. 5-3:** Eine dünne Schicht mit hohem Abschwächungsgrad (links) verringert die Lichtstärke stark, eine gleichdicke Schicht mit niedrigem Abschwächungsgrad (Mitte) verringert sie nur wenig. Eine dicke Schicht mit niedrigem Abschwächungsgrad (rechts) verringert die Lichtstärke wie die dünne mit hohem Abschwächungsgrad (links).

Obwohl das Kubelka-Munk Modell die Interaktion von Licht mit lichtdurchlässigen Materialien beschreibt, ist es aufgrund seiner starken Vereinfachungen der realen Welt nicht besonders genau. Allerdings liefert es durch seine Einfachheit sehr schnelle Ergebnisse. Unter anderem wurde es von Anderson und Parrish [2] zur Berechnung des Absorptions- und Streugrads der Dermis-Hautschicht verwendet, Wan *et al.* [83] entwickelten dieses Modell zur Ermittlung des Absorptions- und Streugrads der Epidermis-Hautschicht weiter. Diffey [21] entwickelte ein Kubelka-Munk Modell, welches Vorwärts- und Rückwärtsstreuung berücksichtigt und verschiedene Brechungsindizes der einzelnen Schichten berechnen kann. In der Filmindustrie wurden die Formeln von Kubelka und Munk unter anderem von Matt Pharr [67] für die Produktion von *Toy Story 2* zur Umsetzung seines Haut-Schattierungsverfahrens verwendet.

## 5.2 Numerisches Lichttransportmodell nach Hanrahan-Krueger

Hanrahan und Krueger stellten 1993 ihr Modell zur Simulation von Volumenstreuung (engl. *subsurface scattering*) und Lichttransmission innerhalb von Materialien, welche aus mehreren übereinanderliegenden Schichten bestehen, vor [33]. Dieses Modell kann für vielschichtige Materialien organischer (z. B.: menschliche Haut, Blätter...) oder anorganischer Natur (z. B.: Schnee, Sand...) verwendet werden.

Hanrahan und Krueger verwenden bei ihrem Modell eine heuristische, eindimensionale Lichttransporttheorie, welche dann mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation umgesetzt wird. Sie gehen ferner von ungekrümmten Oberflächen aus, der Reflexions- und Transmissionsgrad

wird nach Fresnels Term kalkuliert. Das Modell berechnet die Streuung und die Absorption in jeder Schicht, wobei Reflexions- und Transmissionseigenschaften an jedem inneren Schichtrand berücksichtigt werden (Abb. 5-4).

### 5.2.1 Theoretische Annahmen für das Hanrahan und Krueger Modell

Beim Hanrahan-Krueger Modell wird von folgenden Annahmen ausgegangen [33]:

Annahme 1:

$$L_r(\theta_r, \Phi_r) = L_{r,s}(\theta_r, \Phi_r) + L_{r,v}(\theta_r, \Phi_r)$$

Die reflektierte Strahldichte  $L_r(\theta_r, \Phi_r)$  ist gleich der Addition der durch Oberflächenstreuung reflektierten Strahldichte  $L_{r,s}(\theta_r, \Phi_r)$  und der durch Volumenstreuung reflektierten Strahldichte  $L_{r,v}(\theta_r, \Phi_r)$ .

Annahme 2:

$$L_t(\theta_t, \Phi_t) = L_{ri}(\theta_t, \Phi_t) + L_{t,v}(\theta_t, \Phi_t)$$

Die transmittierte Strahldichte  $L_t(\theta_t, \Phi_t)$  ist gleich der reduzierten Intensität (verursacht durch Absorption)  $L_{ri}(\theta_t, \Phi_t)$  und der durch Volumenstreuung transmittierten Strahldichte  $L_{t,v}(\theta_t, \Phi_t)$ .

Des weiteren wird der eintreffende Lichtstrahl in einen reflektierten Strahl, dessen Reflexion durch eine BRDF definiert ist, und einen transmittierten Strahl, welcher durch eine BTDF beschrieben wird, unterteilt.

Definition der BRDF:  $\rho_r(\Phi_i, \theta_i; \Phi_r, \theta_r) = \frac{L_r(\Phi_r, \theta_r)}{L_i(\theta_i, \Phi_i) \cos \theta_i d\omega_i} = \rho_{r,s} + \rho_{r,v}$

Definition der BTDF:  $\rho_t(\Phi_i, \theta_i; \Phi_t, \theta_t) = \frac{L_t(\Phi_t, \theta_t)}{L_i(\theta_i, \Phi_i) \cos \theta_i d\omega_i} = \rho_{ri} + \rho_{t,v}$

Das Verhältnis zwischen Reflexion und Transmission wird durch den Fresnel-Term berechnet:

$$L_r(\theta_r, \Phi_r) = R^{12}(\eta_i, \eta_t; \theta_i, \Phi_i \rightarrow \theta_r, \Phi_r) L_i(\theta_i, \Phi_i)$$

$$L_t(\theta_t, \Phi_t) = T^{12}(\eta_i, \eta_t; \theta_i, \Phi_i \rightarrow \theta_t, \Phi_t) L_i(\theta_i, \Phi_i)$$

wobei

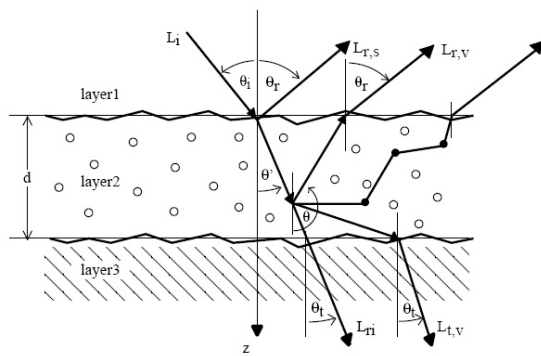
$$R^{12}(\eta_i, \eta_t; \theta_i, \Phi_i \rightarrow \theta_r, \Phi_r) = R(\eta_i, \eta_t, \cos \theta_i, \cos \theta_t)$$

$$T^{12}(\eta_i, \eta_t; \theta_i, \Phi_i \rightarrow \theta_t, \Phi_t) = \frac{\eta_t^2}{\eta_i^2} T = \frac{\eta_t^2}{\eta_i^2} (1 - R)$$

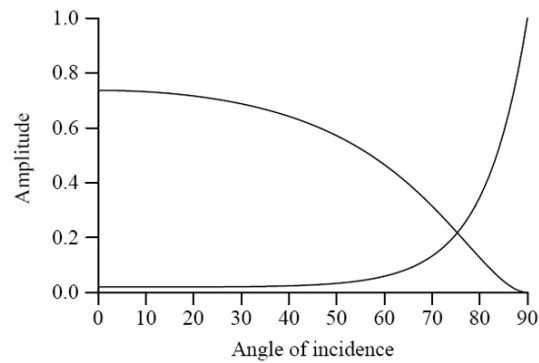
daraus folgt:

$$\rho_r = R\rho_{r,s} + T\rho_{r,v} = R\rho_{r,s} + (1 - R)\rho_{r,v}$$

Aus dieser Formel kann man gleich den Schluss ziehen, dass durch Volumenstreuung verursachte Reflexion hoch ist wenn die Fresnel-Reflexion niedrig ist, weil dann nämlich mehr Licht in die unterliegende Schicht eindringt (vgl. Abb. 5-5).



**Abb. 5-4:** Interaktion von Licht mit mehreren Schichten.



**Abb. 5-5:** Reflexions- bzw. Transmissionsgrad eines Lichtstrahls beim Übergang von Luft ( $\eta=1.0$ ) in Wasser ( $\eta=1.33$ ), berechnet nach Fresnel.

## 5.2.2 Die Lichttransporttheorie

Linearer Lichttransport stellt eine heuristische Beschreibung der Fortbewegung von Licht innerhalb eines Materials dar. Die Lichttransporttheorie ist an die elektromagnetische Streutheorie angelehnt.

Laut der Transporttheorie wird die Ausbreitung von Licht in einem Gas durch folgende Gleichung beschrieben [33]:

$$\frac{\partial L(\vec{x}, \theta, \Phi)}{\partial s} = -\sigma_t L(\vec{x}, \theta, \Phi) + \sigma_s \int p(\vec{x}; \theta, \Phi; \theta', \Phi') L(\vec{x}, \theta', \Phi') d\theta' d\Phi'$$

Die Änderung der Strahldichte entlang einer unendlich langen Strecke  $ds$  hängt also von zwei Faktoren ab: Der erste Faktor ( $-\sigma_t L(\vec{x}, \theta, \Phi)$ ) beschreibt das Absinken der Strahldichte auf Grund von Absorption und Streuung, der zweite Faktor beschreibt das gestreute Licht in Richtung  $ds$  ( $\sigma_s \int p(\vec{x}; \theta, \Phi; \theta', \Phi') L(\vec{x}, \theta', \Phi') d\theta' d\Phi'$ ).

Für Materialien, welche aus mehreren Schichten bestehen, nehmen Hanrahan und Krueger nun an, dass die Änderung der Strahldichte nur von der Tiefe  $z$  abhängt -  $x$  und  $y$  werden ignoriert. Diese Annahme ist dann gültig, wenn die Beleuchtungsstärke überall am beleuchteten Objekt konstant ist. Dadurch wird die obere Gleichung folgendermaßen vereinfacht:

$$\cos \theta \frac{\partial L(\theta, \Phi)}{\partial z} = -\sigma_t L(\theta, \Phi) + \sigma_s \int p(z; \theta, \Phi; \theta', \Phi') L(\theta', \Phi') d\theta' d\Phi'$$

Diese Formel kann zu einer normalen Integralgleichung umgewandelt werden:

$$L(z; \theta, \Phi) = \int_0^z e^{-\int_0^{z'} \sigma_t \frac{dz''}{\cos \theta}} \int \sigma_s(z') p(z'; \theta, \Phi; \theta', \Phi') L(z', \theta', \Phi') d\omega' \frac{dz'}{\cos \theta}$$

Ferner muss man bei der eindimensionalen Lichttransporttheorie auch die Vorgänge an den einzelnen Schichtgrenzen beschreiben. Hanrahan und Krueger teilen hierzu die Strahldichte in Vorwärts- und Rückwärtsstrahldichte auf [33]:

$$L(\theta, \Phi) = L_+(\theta, \Phi) + L_-(\pi - \theta, \Phi)$$

wobei  $L_+$  die in die positive  $z$  Richtung propagierte Energie und  $L_-$  die in die negative  $z$  Richtung darstellt.

Die Vorwärtsstrahldichte an der obersten Materialschicht hängt von der Lichttransmission an der Oberfläche ab.

$$L_+(z=0; \theta, \Phi) = \int \rho_{t,s}(\theta_i, \Phi_i; \theta', \Phi') L_i(\theta_i, \Phi_i) d\omega_i$$

Durch die Annahme einer ebenen Oberfläche und parallel eintreffender Lichtstrahlen vereinfachen Hanrahan und Krueger diese Formel wie folgt:

$$L_+(z=0; \theta, \Phi) = T^{12}(\eta_i, \eta_t; \theta_i, \Phi_i \rightarrow \theta', \Phi') L_i(\theta_i, \Phi_i)$$

Aufgrund dieser Beschreibung des obersten Schichtgrenzübergangs kann man die durch Volumenstreuung reflektierte Strahldichte  $L_{r,v}(\theta_r, \Phi_r)$  folgendermaßen ausdrücken:

$$L_{r,v}(\theta_r, \Phi_r) = \int \rho_{t,s}(\theta, \Phi; \theta_r, \Phi_r) L_-(z=0; \theta, \Phi) d\omega$$

Nimmt man eine ebene Oberfläche an, so vereinfacht sich diese Integralformel zu

$$L_{r,v}(\theta_r, \Phi_r) = T^{21}(\eta_i, \eta_t; \theta, \Phi \rightarrow \theta_r, \Phi_r) L_-(z=0; \theta, \Phi)$$

Gleichermaßen gehen Hanrahan und Krueger bei der unteren Schichtgrenze vor. Die durch Volumenstreuung transmittierte Strahldichte  $L_{t,v}(\theta_t, \Phi_t)$  hängt also von den Grenzeigenschaften der unteren Schichtgrenze ab:

$$L_{t,v}(\theta_t, \Phi_t) = \int \rho_{t,s}(\theta, \Phi; \theta_t, \Phi_t) L_+(z=d; \theta, \Phi) d\omega$$

nun wieder durch die Annahme einer ebenen Oberfläche vereinfacht:



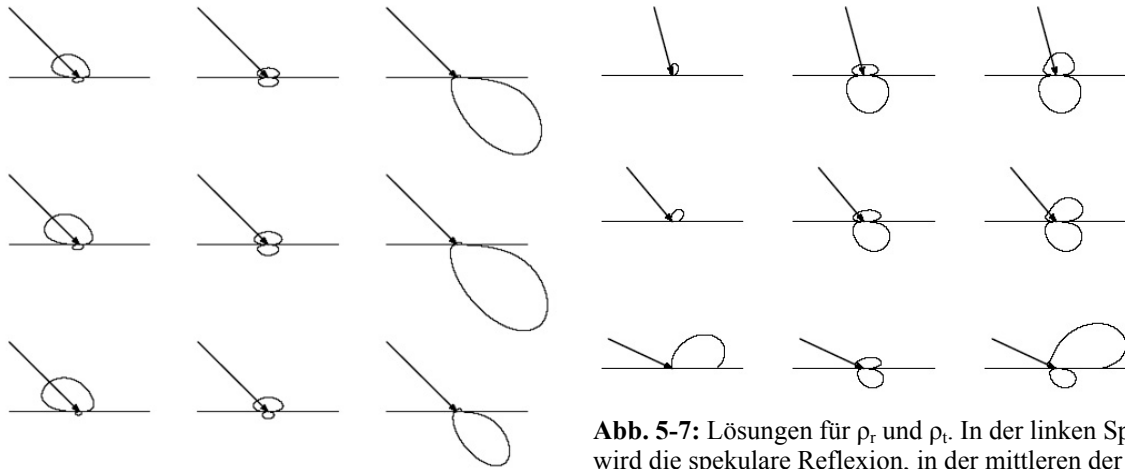
$$L_{t,v}(\theta_t, \Phi_t) = T^{23}(\eta_2, \eta_3; \theta, \Phi \rightarrow \theta_t, \Phi_t) L_+(z = d; \theta, \Phi)$$

Durch diese Determinationen vereinfachen Hanrahan und Krueger die BRDF und die BTDF auf die Berechnung von  $L_-(z = 0)$  und  $L_+(z = d; \theta, \Phi)$ , wodurch sich die eindimensionale Lichttransportgleichung lösen lässt.

### 5.2.3 Lösung der Lichttransportgleichung

Um die Lichttransportgleichung zu lösen verwenden Hanrahan und Krueger eine Neumann-Reihe. Dabei berechnen sie aber nur die Lösung erster Ordnung, der eintreffende Lichtstrahl kann also maximal einmal gestreut werden (engl. *single scattering*). Jeder weitere Iterationsschritt, welcher multiple Streuvorgänge simulieren würde, ist zwar grundsätzlich möglich, allerdings wird die Berechnungsmethode dann äußerst ineffizient [33].

Die Abbildungen 5-6 und 5-7 zeigen die Ergebnisse der erste-Ordnung Lösung (für mathematische Herleitung siehe [33, Seite 2]).



**Abb. 5-6:** Erste-Ordnung Lösungen für  $\rho_{r,v}^{(1)}$  und  $\rho_{t,v}^{(1)}$  bei verschiedenen Werten für den Henyey-Greenstein Parameter  $g$  und die Schichtdicke  $\tau_d$ . Die Werte von  $g$  verändern sich von links nach rechts wie folgt: -0.3; 0.0; 0.6. Von oben nach unten ändert sich die Schichtdicke von 0.5 zu 1.0 zu 2.0.

**Abb. 5-7:** Lösungen für  $\rho_r$  und  $\rho_t$ . In der linken Spalte wird die spekulare Reflexion, in der mittleren der Volumenstreuungsreflexions- und Volumenstreuungstransmissionsgrad und in der rechten die Addition der ersten beiden Spalten unter Berücksichtigung des Fresnel-Terms. Von oben nach unten erhöht sich der Winkel des eintreffenden Lichtstrahls von  $10^\circ$  auf  $40^\circ$  und schließlich auf  $65^\circ$ .

Die Reflexions- und Transmissionsverteilungen aus Abbildung 5-6 und 5-7 lassen folgende Schlüsse zu [33]:

1. Die Reflexion wird stets größer, je dicker die Schicht wird. Im Gegensatz dazu vergrößert sich die Transmission bis zu einem gewissen Punkt, ab dem sie dann wegen weiteren Streuvorgängen wieder abnimmt.

2. Der Vorwärtsstreugrad und der Rückwärtsstreugrad der Volumenstreuungsreflexion und der Volumenstreuungstransmission hängen von der Henyey-Greenstein Wellenfunktion ab.
3. Je höher der Winkel des eintreffenden Lichtstrahls wird, desto geringer wird die durch Volumenstreuung transmittierte und reflektierte Strahldichte.

Der Monte Carlo Algorithmus, welcher von Hanrahan und Krueger für ihr Modell verwendet wurde, sieht folgendermaßen aus [33]:

- 1 *Initialisierung*: Ein Lichtpartikel betritt die Schicht an ihrem Ursprung. Initialisiere  $\vec{p}$  zum Ursprung und die Richtung  $\vec{s}$  in die Richtung in welcher der Strahl die Schicht betritt. Setze die Gewichtung  $w = 1$ .
- 2 *Events*: Wiederhole die folgenden Schritte bis die Gewichtung des Strahls unter einen definierten Grenzwert absinkt oder der Strahl die Schicht verlässt.
- 2A *Distanz und Gewichtung*: Schätze die Distanz zur nächsten Interaktion:

$$d = -\frac{\log r}{\sigma_t}$$

wobei  $r$  in dieser und in den folgenden Gleichungen eine gleichförmig verteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1 ist.

Danach berechne die neue Position  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = \vec{p} + d\vec{s}$$

Berechne die neue Gewichtung  $w$ :

$$w = w \frac{\sigma_s}{\sigma_s + \sigma_a}$$

Falls das Partikel die Schicht aufgrund von  $d$  verlässt, verlasse die Schleife und passe die Gewichtung der Entfernung zur Schichtgrenze an

- 2B *Streuung*: Berechne den Kosinus des Streuwinkels für die Henyey-Greenstein Wellenfunktion durch folgende Formel:

$$\cos j = \frac{1}{|2g|} \left( 1 + g^2 - \left( \frac{1 - g^2}{1 - g + 2gr} \right)^2 \right)$$

Berechne  $\cos \phi$  und  $\sin \phi$  (wobei  $\phi = 2\pi r$ ).

Berechne die neue Richtung:

$$\vec{t} = \begin{pmatrix} (\vec{s} \cdot x \cos \phi \cos \theta - (\vec{s} \cdot y \sin \phi) / \sin \theta) \\ (\vec{s} \cdot y \cos \phi \cos \theta - (\vec{s} \cdot x \sin \phi) / \sin \theta) \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

$$\vec{s} = \vec{s} \cos j + \vec{t} \sin j$$

wobei  $\cos \theta = \vec{s} \cdot \vec{z}$  und  $\sin \theta = \sqrt{1 - \vec{s} \cdot \vec{z}^2}$

### 5.3 Analytisches Dipolapproximationsmodell von Jensen et al.

Jensen *et al.* stellten 2001 ihr Modell zur Simulation von Lichtstreuung in transluzenten Materialien vor [41]. In ihrem Modell wird die Interaktion zwischen einem Lichtstrahl und einer Oberfläche durch eine BSSRDF (*Bidirectional Surface Scattering Reflectance Distribution Function*) [62] beschrieben. Die BSSRDF kann im Gegensatz zu einer BRDF den Zustand beschreiben, dass ein auf eine lichtdurchlässige Oberfläche auftreffender Lichtstrahl das Medium mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit nicht an der Auftreffstelle wieder verlässt. Durch das Verwenden einer BSSRDF kann man Effekte wie *colour bleeding* oder Lichtdiffusion an Schattenrändern erzielen (Abb. 5-9), was mit einer gewöhnlichen BRDF nicht möglich ist.

Jensen *et al.*'s Modell geht von der von Stam beschriebenen Diffusionstheorie aus, welche auf der Beobachtung basiert, dass die Lichtverteilung in stark lichtstreuenden Medien isotrop wird [75]. Dies gilt auch für Schichten, deren Teilchen Lichtstrahlen stark anisotrop streuen, da durch jeden einzelnen Streuvorgang die Lichtverteilung im Medium abflacht, also symmetrisch in alle Richtungen wird. Starke Lichtstreuung tritt in Materialien mit einer hohen Albedo auf, wie zum Beispiel bei Schnee oder bei menschlicher Haut [33].

Ein großer Vorteil der Diffusionstheorie ist ihre enorme Berechnungsgeschwindigkeit verglichen zu numerischen Simulationen, welche *path sampling* für Volumenstreuung verwenden (vgl. Kapitel 5-2). Jensen *et. al* konnten die Renderzeit einer Marmorbüste von 1250 Minuten (Monte Carlo Simulation) auf 5 Minuten (Dipol-Approximation) verringern (Abb. 5-8).



**Abb. 5-8:** Eine von hinten beleuchtete Marmorbüste. Bild (a) wurde mit einer BRDF in 2 Minuten, Bild (b) mit einer BSSRDF in 5 Minuten und Bild (c) durch eine komplette Monte Carlo Simulation in 1250 Minuten gerendert. Zu beachten ist wie nahe das BSSRDF Bild an das Ergebnis der Monte Carlo Simulation kommt.



**Abb. 5-9:** Ein Gesicht gerendert mit einer BRDF (links) und einer BSSRDF (rechts). Am Schatten unterhalb der Nase kann man gut den Effekt des *colour bleedings* und die weichen Schattengrenzverläufe erkennen.

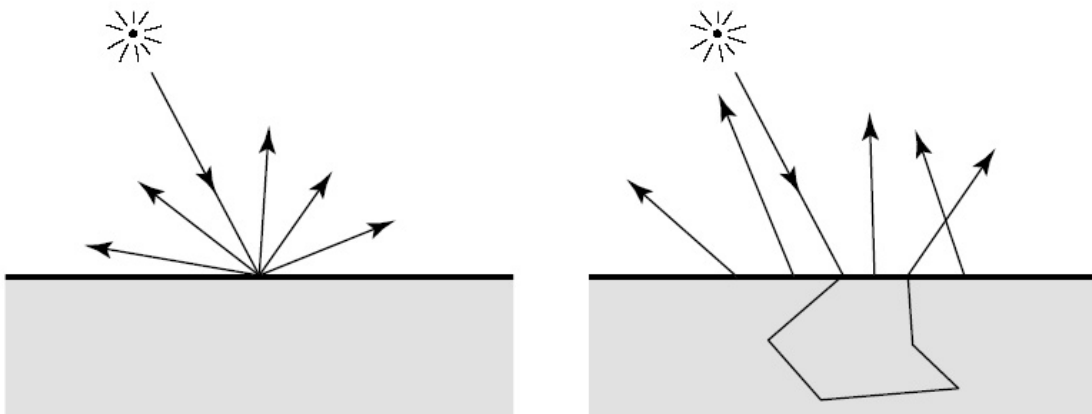
### 5.3.1 Die BSSRDF

Die BSSRDF  $S$  verbindet die nach außen gehende Strahldichte,  $L_o(x_o, \vec{\omega}_o)$ , beim Punkt  $x_o$  in Richtung  $\vec{\omega}_o$ , mit dem eingehenden Strahlungsfluss  $\Phi_i(x_i, \vec{\omega}_i)$  beim Punkt  $x_i$  von der Richtung  $\vec{\omega}_i$  [41]:

$$dL_o(x_o, \vec{\omega}_o) = S(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o) d\Phi_i(x_i, \vec{\omega}_i)$$

Hier kann man erkennen, dass eine BRDF eigentlich eine Vereinfachung einer BSSRDF ist, mit der Annahme, dass ein Lichtstrahl eine Oberfläche am selben Punkt sowohl betritt als auch verlässt ( $x_i = x_o$ ) (Abb. 5-10) [62]. Die nach außen gehende Strahldichte wird durch Integration der eintreffenden Strahldichte über die eintreffende Richtung und die Fläche  $A$  berechnet:

$$L_o(x_o, \vec{\omega}_o) = \int_A \int_{2\pi} S(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o) L_i(x_i, \vec{\omega}_i) (\vec{n} \cdot \vec{\omega}_i) d\omega_i dA(x_i)$$



**Abb. 5-10:** Links ist die Lichtdistribution durch eine BRDF gegeben ( $x_i = x_o$ ), rechts die Lichtdistribution durch eine BSSRDF ( $x_i \neq x_o$ ).

Das komplette BSSRDF Modell nach Jensen *et al.* besteht aus einem *Single Scattering* Term (obwohl die Berechnung eines *Single Scattering* Events überflüssig sein mag, da eine Grundannahme dieses Modells ist, dass die multiple Streuung für den Großteil der diffusen Reflexion verantwortlich ist [60]) und einem Diffusionsannäherungsterm, welcher die multiple Streuung behandelt [41]:

$$S(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o) = S_d(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o) + S^{(1)}(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o)$$

### 5.3.2 Die Diffusionsannäherung

Die durch Jensen *et al.* definierte Diffusionsgleichung beruht auf der Annahme, dass die Lichtverteilung durch multiple Streuvorgänge isotrop wird. Sie hat eine einfache Lösung im Falle einer einzigen isotropen Punktlichtquelle in einem unendlich großen Medium:

$$\phi(x) = \frac{\Phi}{4\pi D} \frac{e^{-\sigma_{tr} r(x)}}{r(x)}$$

wobei

$\phi(x)$  = Strahlenfluss

$\Phi$  = Strahlungsleistung der Punktlichtquelle

$D$  = Diffusionskonstante,  $D = \frac{1}{3\sigma'_t}$

$\sigma_a$  = Absorptionskoeffizient

$g$  = durchschnittlicher Kosinus der Henyey-Greenstein Wellengleichung

$\sigma'_t$  = reduzierter Auslöschungskoeffizient,  $\sigma'_t = \sigma'_s + \sigma_a$

$\sigma'_s$  = reduzierter Streukoeffizient,  $\sigma'_s = \sigma_s(1 - g)$

$r(x)$  = Distanz zur Punktlichtquelle

$\sigma_{tr}$  = effektiver Transportkoeffizient,  $\sigma_{tr} = \sqrt{3\sigma_a\sigma'_t}$

Falls das Material nicht unendlich groß ist, so hat die Diffusionsgleichung keine analytische Lösung, sie kann nur durch eine numerische Reihe von Differentialgleichungen [33] oder durch eine unendliche Summe von Besselfunktionen [70, 30] gelöst werden.

Um eine solch rechenintensive Lösung zu vermeiden, verwenden Jensen *et al.* eine ebenso simple wie elegante Technik, nämlich eine Dipol-Approximation (basierend auf [24] und [25]) zur Berechnung des diffusen Teils  $R_d(x_i, x_o)$  der BSSRDF:

$$R_d(x_i, x_o) = \frac{\alpha'}{4\pi} \left[ z_r (1 + \sigma_{tr} s_r) \frac{e^{-\sigma_{tr} s_r}}{s_r^3} + z_v (1 + \sigma_{tr} s_v) \frac{e^{-\sigma_{tr} s_v}}{s_v^3} \right]$$

wobei

$$z_r = \frac{1}{\sigma'_t}$$

$$z_v = z_r + 4AD$$

$$s_r = \|x_r - x_o\|, \text{ wobei } x_r = x_i - z_r \cdot N_i$$

$$s_v = \|x_v - x_o\|, \text{ wobei } x_v = x_i + z_r \cdot N_i$$

$$A = \frac{1 + F_{dr}}{1 - F_{dr}}$$

$$F_{dr} = -\frac{1.440}{\eta^2} + \frac{0.710}{\eta} + 0.668 + 0.0636\eta$$

$$D = \text{Diffusionskonstante, } D = \frac{1}{3\sigma'_t}$$

$$\alpha' = \text{Albedo, } \alpha' = \frac{\sigma'_s}{\sigma'_t}$$

$$\sigma_{tr} = \text{effektiver Transportkoeffizient, } \sigma_{tr} = \sqrt{3\sigma_a \sigma'_t}$$

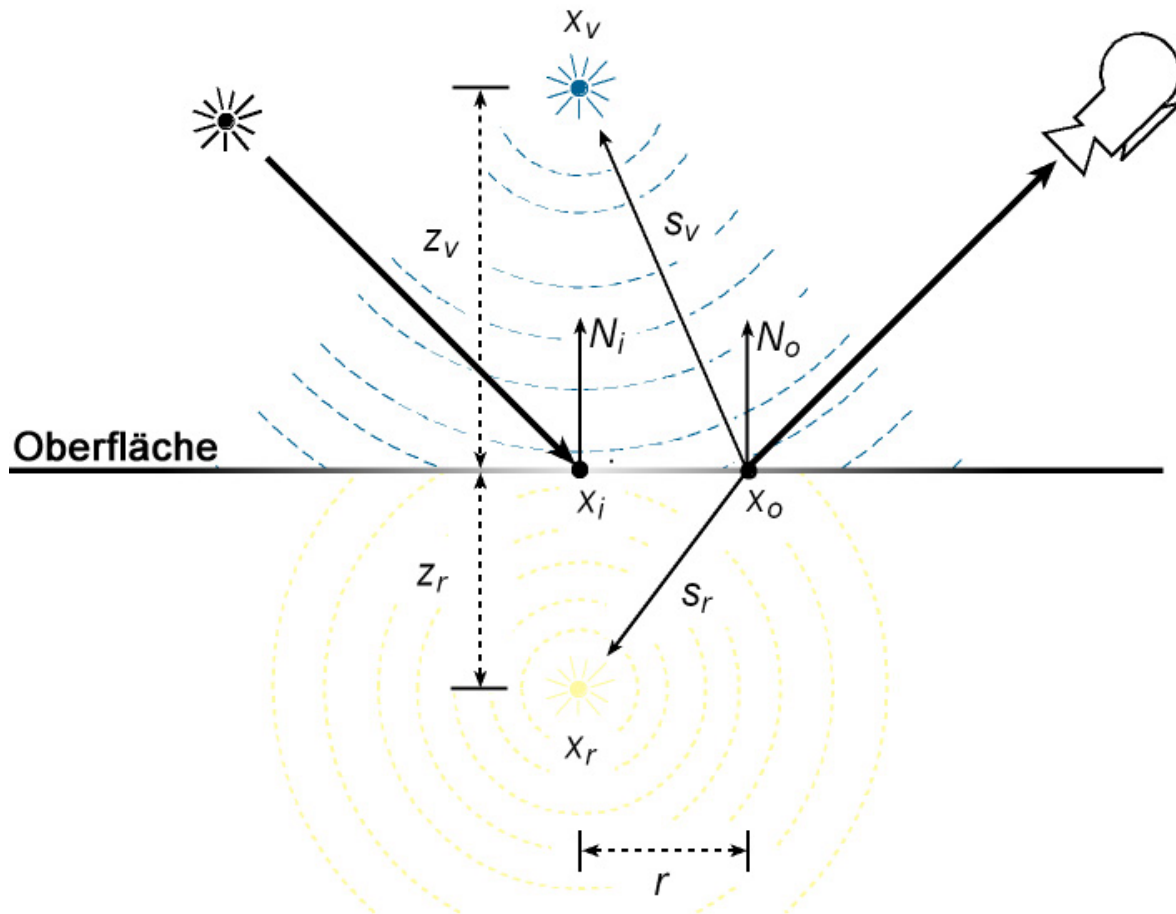
$$\sigma'_t = \sigma'_s + \sigma_a$$

$$\sigma'_s = \text{reduzierter Streukoeffizient (gegeben)}$$

$$\sigma_a = \text{Absorptionskoeffizient (gegeben)}$$

$$\eta = \text{relativer Brechungsindex (gegeben)}$$

Die Dipol-Approximation basiert auf folgendem Prinzip: Ein eintreffender Strahl an Position  $x_i$  auf einem homogenen, ungekrümmten und unendlich großen bzw. dicken Material wird in zwei Punktlichtquellen (Dipol) konvertiert. Die positive Punktlichtquelle befindet sich in  $z_r$  Tiefe unter der Schichtgrenze, die negative, virtuelle Punktlichtquelle befindet sich in  $z_v$  Höhe über der Schichtgrenze. Abbildung 5-11 verdeutlicht den Prozess:



**Abb. 5-11:** Ein eintreffender Strahl wird zwei Punktlichtquellen verwandelt.

Der komplette multiple Streuterm berücksichtigt noch den Fresnel Effekt, sowohl für den eintreffenden Lichtstrahl, als auch für die nach außen gehende Strahldichte:

$$S_d(x_i, \vec{\omega}_i; x_o, \vec{\omega}_o) = \frac{1}{\pi} F_t(\eta, \omega_i) R_d(\|x_i - x_o\|) F_t(\eta, \omega_o)$$

wobei

$\eta$  = relativer Brechungsindex (gegeben)

$F_t(\eta, \omega_i)$  = Fresnels Transmissionsfaktor

Jensen und Buhler [43] stellten 2002 ein Modell zur Beschleunigung der Renderzeiten der Diffusionstheorie vor. Die hier angewandte *Two-Pass*-Technik trennt die Berechnung der Bestrahlungsstärke von der Berechnung der Diffusionsannäherung. Dadurch wird es möglich, die abgetasteten Bestrahlungsstärkewerte für mehrere Diffusionsberechnungen wiederzuverwenden.

Der erste Durchgang berechnet die Bestrahlungsstärke an definierten Punkten der Oberfläche. Die Positionen der Punkte wurden zuvor an der Oberfläche durch Turks *point-repulsion* Algorithmus [81] gleichförmig erzeugt (Abbildung 5-14 zeigt eine solche Punktwolke). Der

maximale Abstand zwischen den einzelnen Punkten in der Punktwolke wird als

durchschnittliche Freidistanz (engl. *mean-free path*)  $l_u = \frac{1}{\sigma_a + \sigma_s}$  definiert. Die Abtastdichte

sollte nicht viel geringer als  $l_u$  sein, weil es sonst zu Störrauschen bei der Rekonstruktion der Diffusionsannäherung kommt. In jedem dieser Abtastpunkte wird seine Position, die den Punkt umgebende relevante Fläche (durch die uniforme Verteilung der Punkte ist dies die gesamte Fläche, geteilt durch die Punktzahl) und die Bestrahlungsstärke gespeichert [43].

Im zweiten Durchgang wird die Dipol-Approximation für die abgetasteten

Bestrahlungsstärkepunkte berechnet. Hierzu könnte man alle Bestrahlungsstärkeabtastungen zusammenfassen und direkt in den diffusen Teil  $S_d$  der BSSRDF einsetzen. Da ein Objekt aber normalerweise aus mehreren tausend Abtastungen besteht, ist diese Methode sehr rechenintensiv. Um diesen Vorgang zu beschleunigen, verwenden Jensen *et al.* eine hierarchische Gliederung der Bestrahlungsstärkeabtastungen, wobei vom zu schattierenden Punkt weit entfernte Bestrahlungsstärkepunkte gebündelt werden und als Knoten in einem Octree (siehe Glossar) gespeichert werden.

Jeder Knoten des Baums speichert in seinem Unterknoten die totale Bestrahlungsstärke  $E_v$ , die totale Fläche  $A_v$  der Punkte, und die durchschnittliche Lage  $P_v$  der Punkte (gewichtet nach der Bestrahlungsstärke). Um die Effizienz zu steigern wird eine Zusammenfassung von bis zu acht Abtastungen pro Unterknoten erlaubt. Da der *Fall-Off* der Diffusionsannäherung exponential ist, ist diese hierarchische Gliederung sehr wirkungsvoll [43].

Zu beachten ist allerdings, dass diese Datenstruktur zwar die Zusammensammlung der Bestrahlungsstärkepunkte beschleunigt, allerdings jedes Mal, wenn sich die Beleuchtung ändert oder sich das zu schattierende Objekt bewegt bzw. deformiert, neu berechnet werden muss.



**Abb. 5-12:** Wiedergabe einer lichtdurchlässigen Teekanne (Beleuchtung durch ein Key-Light links neben der Kanne und vier Fülllichter hinter der Kanne).





Abb. 5-13: eine Punktwolke



Abb. 5-14: Die Bestrahlungsdichtewerte der einzelnen Punkte in der Punktwolke

## 5.4 Schattierungsmodell nach Mertens et al.

Mertens *et al.* stellten 2005 eine neue Berechnungsmethode der Diffusionsannäherung vor [61]. Das Ziel ihrer Arbeit war es, die von Jensen *et al.* vorgestellte Methode [41] so zu modifizieren, dass man mit ihr inhomogene Materialien (Oberflächeneigenschaften sind nicht überall auf der Fläche gleich) und auch gekrümmte Oberflächen behandeln kann (Jensen *et al.*'s Methode geht grundsätzlich von ebenen Flächen aus. Man kann damit zwar auch gekrümmte Geometrie schattieren, allerdings kann es bei einer sich stark krümmenden Oberflächengeometrie zu unkorrekten Berechnungen kommen [41, 59]).

In ihrem Modell behandeln Mertens *et al.* ausschließlich optisch dicke bzw. stark lichtstreuende Materialien, bei welchen multiple Streuvorgänge vorkommen. Sie gehen dabei von der Diffusionsgleichung aus und zeigen, dass sie bei willkürlich geformten Objekten durch eine *Multigrid* Methode [31] numerisch gelöst werden kann. Das Hauptproblem bei dieser Methode ist die Wiedergabe von Lichtinteraktionen nahe des Oberflächenrandes, also bei Grenzübergängen. Um dieses Problem zu lösen, verwenden sie die von Day [18] und Johansen [44] beschriebene *embedded boundary discretization* (EBD) Technik.

Um die Berechnungsgeschwindigkeit zu beschleunigen, beschreiben sie eine Erweiterung der hierarchischen Wiederdefinierung [5, 20, 72] der Objektgeometrie. Dies ist notwendig, da durch die Verwendung der EBD stark gekrümmte Oberflächenregionen im *Multigrid* nicht richtig repräsentiert werden und plötzliche Beleuchtungs- oder Materialbeschaffenheitsänderungen einen hohen Grad an Detailgenauigkeit verlangen (Mertens *et al.* verweisen darauf, dass man auch einfach die Auflösung des *Multigrids* vergrößern könnte. Dies führt allerdings zu einem hohen Speicherverbrauch) [61]. Das

Prinzip dieser hierarchischen Wiederdefinierung basiert darauf, dass nicht der ganze *Multigrid*, sondern nur die von den oben genannten Problemen betroffenen Regionen neu definiert werden. Allerdings kann auch diese Neuunterteilung der *Multigrid*-Zellen zu Artefakten führen, falls solche Problemregionen zu häufig auftreten und dadurch der Speicher überlastet wird [61].

Abbildung 5-15 vergleicht die von Mertens *et al.* vorgestellte Methode mit der von Jensen *et al.*. Man kann erkennen, dass das mit der EBD Technik gerenderte Bild bei in etwa gleicher Berechnungszeit [61] optisch näher an die Monte Carlo Methode herankommt.



**Abb. 5-15:** Vergleich der oben genannten Techniken. Links das Jensen *et al.* Modell, in der Mitte das Mertens *et al.* Modell und rechts eine Monte Carlo Simulation. Im Mertens Modell wird zum Beispiel im Gegensatz zu Jensen die Abdunklung der unteren Mundhälfte des Drachens korrekt wiedergegeben.



**Abb. 5-16:** Zwei durch Mertens *et al.* berechnete Figuren, welche aus einem Marmormaterial bestehen. Das Marmormaterial hat nicht überall die gleichen Dichtewerte, es ist also inhomogen. Das Verhältnis der minimalen zur maximalen Dichte ist 1:10.

## 6 Interaktive Schattierungsmodelle für transluzente Materialien

Akkurate Simulationen von Volumenstreuung sind aufgrund ihrer Komplexität und den damit verbundenen hohen Berechnungszeiten nur sehr schwer in Echtzeit umzusetzen. Die meisten Arbeiten, welche eine interaktive Umsetzung des Lichttransports in transluzenten Materialien zu ermöglichen versuchen, basieren auf Jensen *et al.*'s Diffusionsannäherung, kombiniert mit Hardwareimplementierungen. Im folgenden Kapitel werden solche Arbeiten vorgestellt.

### 6.1 Interaktive Volumenschattierungsmethode nach Kniss *et al.*

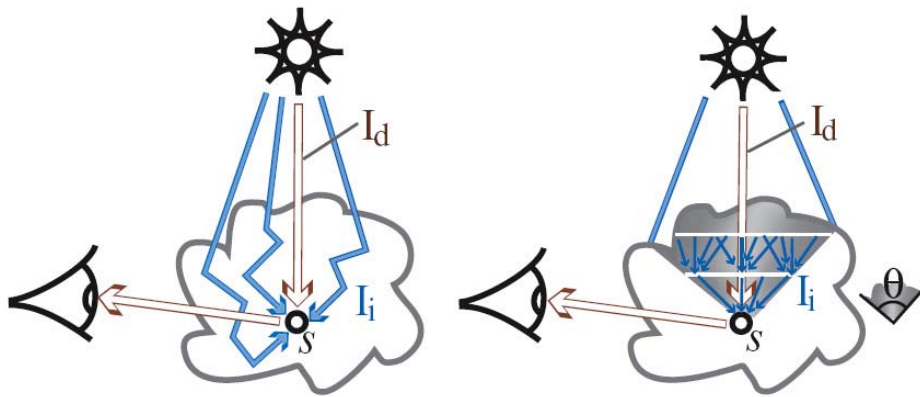
Kniss *et al.* beschreiben ein simples und effektives, interaktives Schattierungsmodell, welches Lichteffekte simuliert, die aufgrund von Lichttransport in transluzenten Materialien entstehen [51]. Dieses Modell produziert volumetrische Schatten und simuliert durch Volumenstreuung verursachte Effekte wie *colour bleeding* und die Lichtdiffusion bei Schattenrändern. Das Modell basiert auf empirischen Beobachtungen von transluzenten Materialien und man benötigt bei der Implementierung keine Angabe von optischen Materialeigenschaften, wie einem Streu- bzw. einem Absorptionskoeffizienten.

Kniss *et al.* implementierten ihr Modell in eine NVIDIA GeForce 3 und in eine ATI Radeon 8500 Grafikkarte. Die Berechnung ihres Schattierungsmodells ist nur 50 bis 60 Prozent langsamer als *volume rendering* ohne Schattierung bzw. zeitlich vergleichbar mit *volume rendering* mit Oberflächenschattierung (z. B.: einem Blinn-Phong Modell) [51].

#### Light Blurring nach Kniss *et al.*:

Bei einer genauen Simulation von Lichttransport in lichtdurchlässigen Materialien muss man von allen Richtungen eintreffendes Licht berücksichtigen. Hierbei entsteht allerdings das Problem, dass man für eine akkurate Simulation auch die indirekte Beleuchtung innerhalb des lichtdurchlässigen Objekts einrechnen muss. Dies wäre allerdings in einer interaktiven Umsetzung bei weitem zu rechenintensiv. Daher simulieren Kniss *et al.* diesen Lichttransport indem sie auftreffendes Licht in seiner näheren Umgebung verwischen (engl. *blurring the light*) und dessen Intensität linear abschwächen (Abb. 6-1).

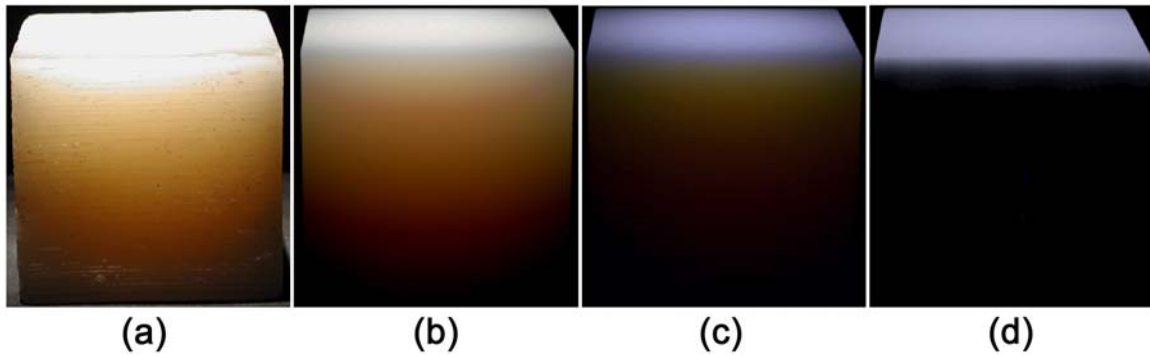
Um diese Verwischung des Lichts zu erreichen, verwenden Kniss *et al.* einen „Gaussian Blur“-Filter, welcher das eintreffende Licht innerhalb eines aufgespannten Kegels mit dem Scheitelwinkel  $\theta$  (in Richtung Lichtquelle) mittelt.



**Abb. 6-1:** Im linken Modell ist der Lichttransport innerhalb eines lichtdurchlässigen Materials dargestellt ( $I_d$  ist die direkte Beleuchtung,  $I_i$  stellt die indirekte Beleuchtung des zu schattierenden Punktes dar). Rechts ist das Modell von Kniss *et al.* abgebildet. Man sieht, dass für den zu schattierenden Punkt sowohl die direkte Beleuchtung  $I_d$  als auch die indirekte Beleuchtung  $I_i$  durch eine gemittelte Verwischung des eintreffenden Lichts berücksichtigt wird. Durch den Winkel  $\theta$  wird die Größe der zu verwischenden Lichtfläche definiert.

Für die Lichtabschwächung innerhalb des Materials muss ein spektraler Abschwächungsterm angegeben werden. Dieser Term gibt die Transportfarbe (engl. *transport color*) an, er definiert also wie sich die Farbe des Lichts beim Eindringen in das lichtdurchlässige Material verändert (Abb. 6-2).

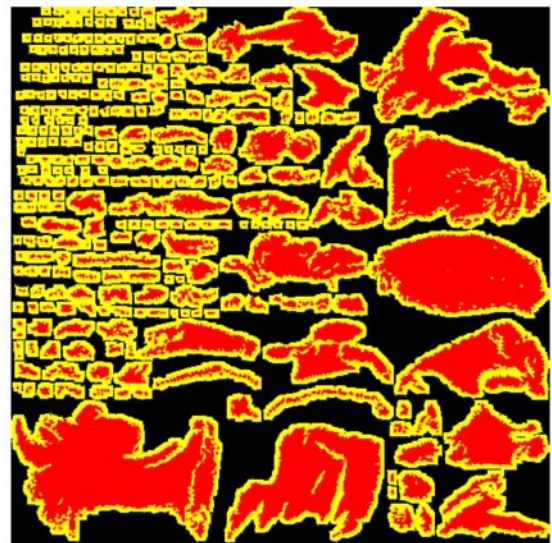
Für die Hardwareimplementierung ihres Modells verwenden Kniss *et al.* drei Speicherpuffer: Zwei werden für die Abschwächung des Lichts innerhalb des Materials und einer für die Akkumulation des für den Betrachter sichtbaren Lichts verwendet. Die Verwischung des Lichts wird in zwei Durchgängen berechnet und die Berechnung des indirekten Lichts ist durch die Anzahl der Textureinheiten des Objekts limitiert. Die genaue technische Umsetzung ist bei [51, Seite 3ff], beschrieben.



**Abb. 6-2:** Bild (a) zeigt ein Photo eines durch eine Taschenlampe von oben beleuchteten Wachsblocks. Bild (b) und (c) sind mit dem von Kniss *et al.* vorgestellten Schattierungsmodell berechnet. Für Bild (b) wurde eine weiße Reflexionsfarbe und eine entsättigte orange Transportfarbe verwendet, für Bild (c) eine blaue Reflexionsfarbe und die selbe entsättigte orange Transportfarbe wie in Bild (b). Bild (d) zeigt den Wachsblock ohne der Berechnung der direkten Abschwächung des Lichts.

## 6.2 Interaktives Simulationsmodell nach Lensch *et al.*

Lensch *et al.* veröffentlichten 2002 ihre Methode, transluzente Objekte aus beliebigen Blickwinkeln und unter beliebigen Beleuchtungssituationen interaktiv zu rendern [55]. Um die diffuse Streuung eines eintreffenden Lichtstrahls zu erzielen, teilen sie das Impulsansprechverhalten des Lichts auf der Oberfläche eines transluzenten Materials in einen niederfrequenten globalen Teil und einen hochfrequenten lokalen Teil auf. Der globale Teil (*global response*) befasst sich mit dem Licht, welches durch multiple Streuvorgänge, vom zu schattierenden Punkt



**Abb. 6-3:** Texturatlas für das in Abb. 6-4 gezeigte Pferdmodell.

betrachtet, aus relativ weit entfernten Distanzen kommt. Hierbei wird der Effekt berücksichtigt, dass Volumenstreuung bei relativ weiten Lichtwegdistanzen sehr weich wird (*smooth global part*).

Der lokale Teil (*local response*) behandelt den Effekt, dass die Lichtreflexion durch multiple Streuvorgänge bei geringen Lichtwegdistanzen sehr hoch ist. Dieser Teil ist ausschlaggebend für die Wiedergabequalität der Volumenstreuung, weshalb er mit höchstmöglichem Detailgrad modelliert werden sollte (*detailed local part*) [55].

Dabei gehen Lensch *et al.* folgendermaßen vor:

Die eintreffende Beleuchtung wird in einem Texturatlas abgespeichert (Abb. 6-3). Nun wird der *smooth global part* berechnet, indem die im Texturatlas gespeicherte Beleuchtung auf die Geometriepunkte des Objekts projiziert wird und anschließend die durch Vektoren repräsentierte Beleuchtungsstärke der Geometriepunkte mit einer vertex-to-vertex Matrix multipliziert wird. Für die Berechnung des *detailed local part* wird eine genauere 9 x 9 texel-to-texel Matrix verwendet. Nach diesen Berechnungen wird der globale und der lokale Teil vereinigt. Hier ist zu beachten, dass diese beiden Teile nicht einfach übereinandergelegt werden dürfen, sondern zunächst noch der Einfluss des niederfrequenten globalen Teils bei kurzen Streudistanzen verringert werden muss, um korrekte Resultate zu erzielen. Außerdem müssen weiche Übergänge bei den Rändern des Texturatlasses erzeugt werden [55].

Die Berechnung der Bilder wird in zwei Schritten durchgeführt. Zunächst wird in einem Vorverarbeitungsschritt (engl.: *pre-processing step*) der Texturatlas erzeugt und die lokale bzw. globale Lichtverteilung an jedem Oberflächenpunkt berechnet. Dies dauert bei dem von Lensch *et al.* verwendeten Pferdmodell (Abb. 6-4) zwischen 6 und 10 Minuten (bei einer Auflösung von 512x512 Pixel für den Texturatlas). Danach kann das Pferdmodell von beliebigen Winkeln und mit variierender Beleuchtung interaktiv bei einer Bildrate von 2,6 Bildern/Sekunde berechnet werden (diese Daten beziehen sich auf einen 1.7 GHz Xeon PC mit 1GB RAM und einer GeForce3 Grafikkarte).



**Abb. 6-4:** Das linke Bild zeigt den lokalen, das mittlere den globalen Teil. Rechts wird das fertige Bild mit verschmolzenen lokalen und globalen Teil dargestellt.

### 6.3 Interaktives Schattierungsmodell nach Hao et al.

Hao et al. nutzen bei ihrem Modell [35] zur interaktiven Simulation von Volumenstreuung vor allem den Umstand, dass Licht zwar nicht an der Stelle wo es auftrifft wieder austritt, aber die Distanz von Eintritts- und Austrittspunkt nur sehr gering ist. Diese Lokalität des Streueffekts, verursacht durch die exponentielle Lichtabschwächung eines Lichtstrahls in einem transluzenten Medium, veranlassen Hao et al. ein lokales Beleuchtungsmodell für ihre Simulation einer BSSRDF zu verwenden (Hao et al. verteidigen diese Methode mit ihrer empirischen Beobachtung, dass Volumenstreuung nur eine kaum sichtbare Auswirkung auf die Erscheinung benachbarter Objekte hat [35]). Ihr Modell schafft es trotz der lokalen Beleuchtung, die wichtigste Eigenschaft von Volumenstreuung akkurat zu simulieren, nämlich die durch multiple Streuvorgänge verursachte Reflexion und Transmission von Licht. Hao et al. teilen in ihrem Modell den lokalen Beleuchtungsvorgang in zwei Durchgänge auf. Im ersten Durchgang wird die Reflexions- und Transmissionsstrahldichte an jedem Oberflächenpunkt erzeugt. Die Reflexions- und Transmissionswerte werden unter Berücksichtigung von Fresnels Gleichungen berechnet, Volumenstreuung wird in diesem Abschnitt ignoriert. Danach kommt der zweite Durchgang, der sogenannte *bleeding pass*. Bei diesem Durchgang werden die im ersten Abschnitt berechneten Strahldichtewerte mit einer eigens berechneten Volumenstreuannäherung, welche eine Vereinfachung der Diffusionsannäherung von Jensen et al. darstellt, kombiniert. Diese Volumenstreuannäherung sieht folgendermaßen aus [35, Seite 4ff]:

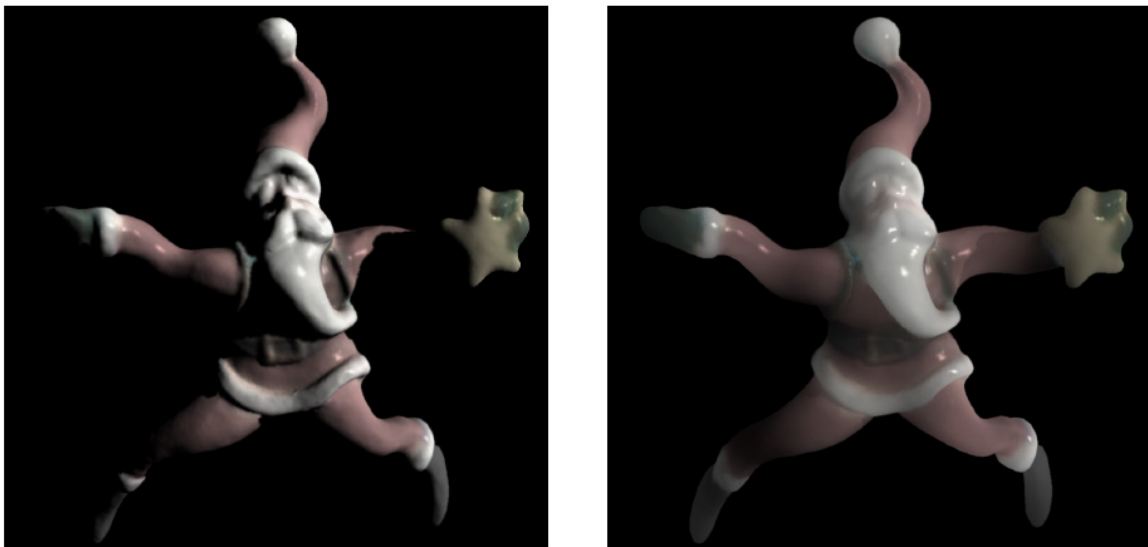
In einer Vorberechnungsphase werden alle *Nachbarn*  $N(x_o)$  eines Punktes  $x_o$  berechnet. Die sogenannte *Nachbarschaft* eines Punktes  $x_o$  wird so definiert, dass sie alle für den Lichtaustrittspunkt  $x_o$  durch multiple Streuvorgänge relevanten Lichteintreffpunkte  $x_i$  der Oberfläche beinhaltet. Jeder dieser relevanten *Nachbarschaftspunkte*  $x_i$  repräsentiert dann eine kleine Oberflächenregion, deren Größe vom Brechungsindex, dem Absorptions- und dem Streukoeffizienten des zu simulierenden Materials abhängt. In diesem Schritt werden alle Oberflächenpunkte, welche einen zu geringen sichtbaren Einfluss auf den Austrittspunkt  $x_o$  haben, für die Berechnung von  $x_o$  eliminiert.

Die ausgehende Strahldichte an einem Punkt wird danach durch Integration über alle eintreffenden Lichtquellen und die relevante *Nachbarschaftsfläche* berechnet. Um eine interaktive Bildwiedergabe zu ermöglichen, werden diese Integralgleichungen nicht zur Laufzeit, sondern während der Vorberechnungsphase mit mehreren gleichmäßig verteilten direktionalen Lichtquellen (laut Angabe der Autoren liefern ca. 200 Lichtquellen ein



akzeptables Ergebnis [35, Seite 6]) vorberechnet und abgespeichert. Dies hat den Vorteil, dass man dann bei der Echtzeitbildberechnung keine Integralberechnungen mehr durchführen muss, sondern stattdessen die vorberechneten Werte einsetzen kann.

Ein Nachteil dieser Methode ist, dass 200 vorberechnete Integralwerte pro Oberflächenpunkt gespeichert werden müssen. Außerdem ist diese Vorberechnungsphase sehr rechenintensiv, Hao *et al.* geben eine Vorberechnungszeit von 40 Minuten für eine aus ca. 150 000 Punkten bestehende Geometrie mit 200 simulierten Lichtquellen an [35, Seite 6]. Des weiteren müssen die Integralwerte bei Deformation der Geometrie oder bei einer Änderung der Materialeigenschaften neu berechnet werden. Sieht man davon ab, erzielen sie eine durchaus beachtenswerte Bildrate während der Laufzeit, wie in Abbildung 6-5 und Abbildung 6-6 verdeutlicht wird.



**Abb. 6-5:** Die beiden Bilder zeigen jeweils die selbe, aus ca. 76 000 Geometriepunkten bestehende Figur bei einer Bildauflösung von 1024 x 1024 Pixel. Das linke Bild wird ohne Volumenstreuung bei einer Bildrate von 17,2 fps berechnet, beim rechten Bild wird die von Hao *et al.* entwickelte Volumenstreutechnik verwendet, wobei eine Bildrate von 12,7 fps erzielt wurde.

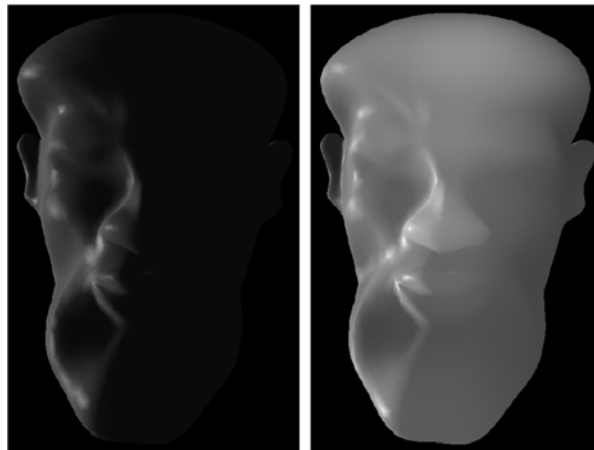


**Abb. 6-6:** Diese beiden Bilder zeigen einen Vergleich zwischen Jensen *et al.*'s [41] (rechts) und Hao *et al.*'s Methode (links).



## 6.4 Interaktives Modell von Carr et al.

Carr *et al.* [12] entwickelten 2003 ein Modell zur interaktiven Wiedergabe von Volumenstreuung. Ihr Modell ist dem von Lensch *et al.* sehr ähnlich, es wird sowohl ein Texturatlas als auch eine hierarchische Wiederdefinierung der Objektgeometrie verwendet, ähnlich der Einteilung in einen *global* und einen *local part* bei Lensch *et al.* Beim Carr *et al.* Modell wird allerdings die gesamte Volumenstreuung auf der GPU berechnet, wodurch es sehr schnelle Berechnungszeiten ermöglicht. Allerdings müssen die von ihnen verwendeten Formfaktoren der wiederdefinierten Objektgeometrie auf der CPU in einer Vorberechnungsphase vorberechnet werden. Im Gegensatz zu Lensch *et al.* verwenden Carr *et al.* einen neuen multi-resolution Texturatlas, welcher die Mip Mapping-Fähigkeit<sup>2</sup> der bei ihnen verwendeten Grafikkarten (sowohl ATI Radeon als auch NVIDIA GeForce) ausnützt. Der von ihnen verwendete Algorithmus braucht drei Durchgänge und kann vollständig auf der GPU realisiert werden (nach der Berechnung der Formfaktoren auf der CPU) [12, Seite 7]. Abbildung 6-7 zeigt ein mit dieser Technik gerendertes Bild.



**Abb. 6-7:** Links ist ein Modell ohne Volumenstreuung abgebildet, rechts das selbe Modell mit Volumenstreuung.

## 6.5 Interaktives Schattierungsmodell von Mertens et al.

Die bisher vorgestellten interaktiven Simulationsmodelle haben alle zwei Nachteile: Sie behandeln ausschließlich undeformierbare Objekte und benötigen eine rechenintensive Vorberechnungsphase. Mertens *et al.* stellten 2003 ihr interaktives Modell vor, welches zum

---

<sup>2</sup> Beim Mip Mapping wird nicht eine Textur mit fester Größe erzeugt, sondern mehrere Größen die bereits vorgefiltert wurden. Im Normalfall werden ausgehend von der größten Textur (256x256 oder 512x512 sind gängig) die kleineren Detailstufen (bis 1x1) berechnet und ebenfalls in den Speicher der 3D-Karte geladen<sup>[95]</sup>

ersten Mal in Echtzeit deformierbare, transluzente Materialien simulieren konnte [59]. Des weiteren kommt dieses Modell ohne zeitintensive Vorberechnungsphase aus und die schattierten Objekte können jederzeit aus verschiedenen Blickwinkeln und mit variierenden Beleuchtungsmethoden gerendert werden.

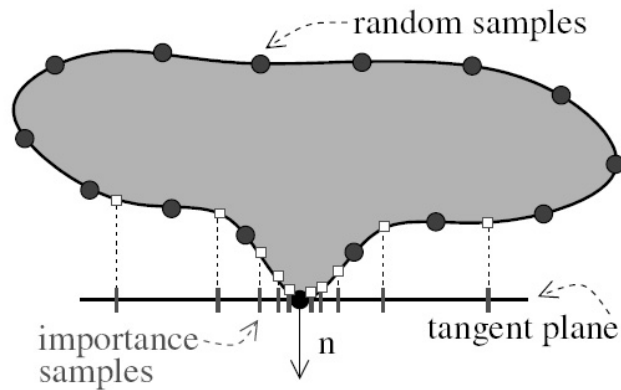
Das von Mertens *et al.* vorgestellte Modell basiert auf Jensen *et al.*'s Dipol-Approximation. Da die multiplen Streuvorgänge die eintreffenden Lichtstrahlen diffus werden lassen, wodurch die Richtung des eintreffenden und ausgehenden Lichts irrelevant wird, verzichten Mertens *et al.* auf die Verwendung eines *single scattering* Terms. Dadurch wird die BSSRDF von acht auf vier Dimensionen verringert, da die Richtungsvektoren wegfallen und deshalb die Funktion nun ausschließlich von der Lichteintreff- und Lichtaustrittsposition ( $x_i$  und  $x_o$ ) abhängt (Die Richtungsvektoren werden nur mehr für die Berechnung des Fresnel-Terms verwendet [59, Seite 2]).

Obwohl die Dipol-Approximation an und für sich nur für ungekrümmte Flächen gültig ist, verweisen Mertens *et al.* darauf, dass man trotzdem mit ihr auch bei gekrümmter Objektgeometrie plausible Ergebnisse erzielen kann (vgl. Abb. 5-9).

Mertens *et al.* verwenden folgende Methode um die Berechnung der BSSRDF zu beschleunigen:

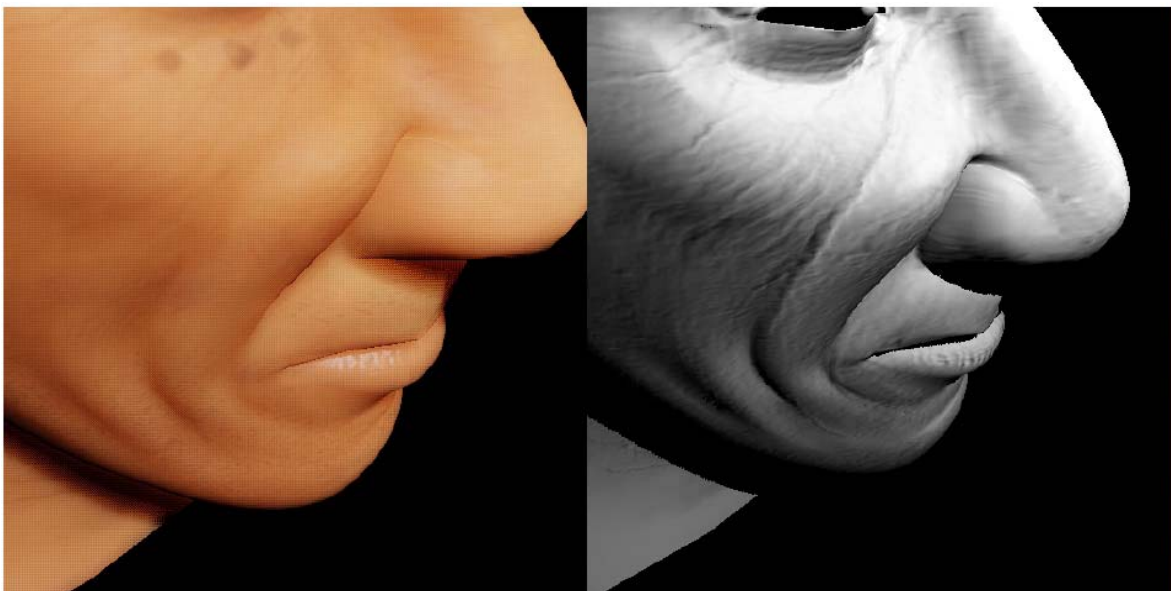
Anstatt die Abtastpunkte uniform an der Oberfläche zu verteilen wie bei [43], wird zur Positionierung der Abtastpunkte die von Kalos und Whitlock vorgestellte *importance sampling* Technik verwendet [48]. Bei dieser Technik wird die Positionierung der Abtastpunkte von der zu integrierenden Funktion abhängig gemacht, in diesem Falle von  $R_d$  (diffuser Teil der BSSRDF). Dabei lösen sie bei der Implementierung des *importance samplings* in eine BSSRDF folgende zwei Probleme [59, Seite 3ff]:

1. Eine berechnete *importance sample* Distanz (hier ist die Distanz zum zu schattierenden Punkt gemeint) kann nicht einfach auf eine unebene Objektgeometrie projiziert werden, da man sich dafür Zugang zur lokalen Geometrie beschaffen müsste, damit man mit einem komplizierten (rechenintensiven) Suchalgorithmus einen zur weiteren Berechnung geeigneten Geometriepunkt findet. Daher projizieren Mertens *et al.* die Abtastpunkte auf die zweidimensionale Tangentenebene des zu schattierenden Punktes (Abb. 6-8).



**Abb. 6-8:** *Importance Samples* werden auf der Tangentialebene des zu schattierenden Punktes  $x_o$  erzeugt und dann in *image-space* [4, Seite 167] auf das Objekt projiziert. Die Positionierung der Abtastpunkte hängt dabei von ihrer Bedeutung (*importance*) für die BSSRDF ab.

2. Das zweite Problem stellt die Beschaffung der Bestrahlungsdichteinformation der Oberfläche dar. Hierfür wird die Bestrahlungsdichte der Oberfläche aus der Kameraperspektive in einem zweidimensionalen Bild gespeichert (*irradiance texture map*, vgl. Abb. 6-9). Mertens *et al.* verweisen darauf, dass man die Information wie bei der shadow-depth-map Technik [17] auch aus der Lichtperspektive abspeichern könnte, allerdings wird die Bestrahlungsdichteinformation durch die Kameraperspektive in einer Szene mit vielen Lichtern effizienter als durch shadow-depth-maps erlangt [59, Seite 4].

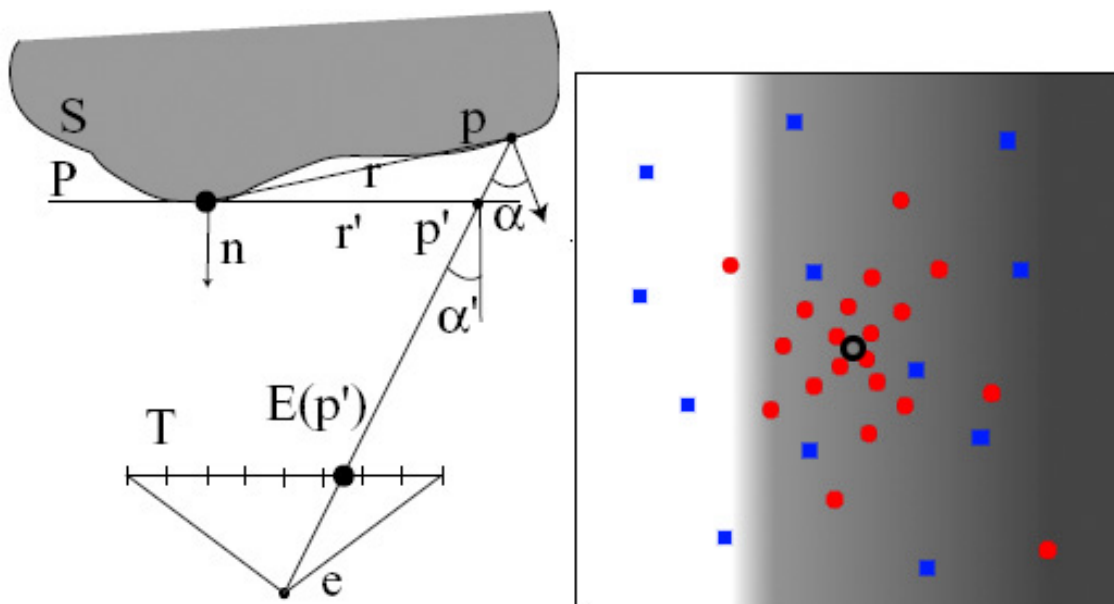


**Abb. 6-9:** Nahaufnahme eines Kopfmodells (links) mit der zugehörigen *irradiance texture map* (rechts), die *irradiance texture map* wurde hier bereits auf die Objektgeometrie projiziert.

Durch diese beiden Techniken können Mertens *et al.* eine relativ simple Implementierung des *importance samplings* erzielen. Der von ihnen verwendete Algorithmus sieht folgendermaßen aus [59, Seite 5]:

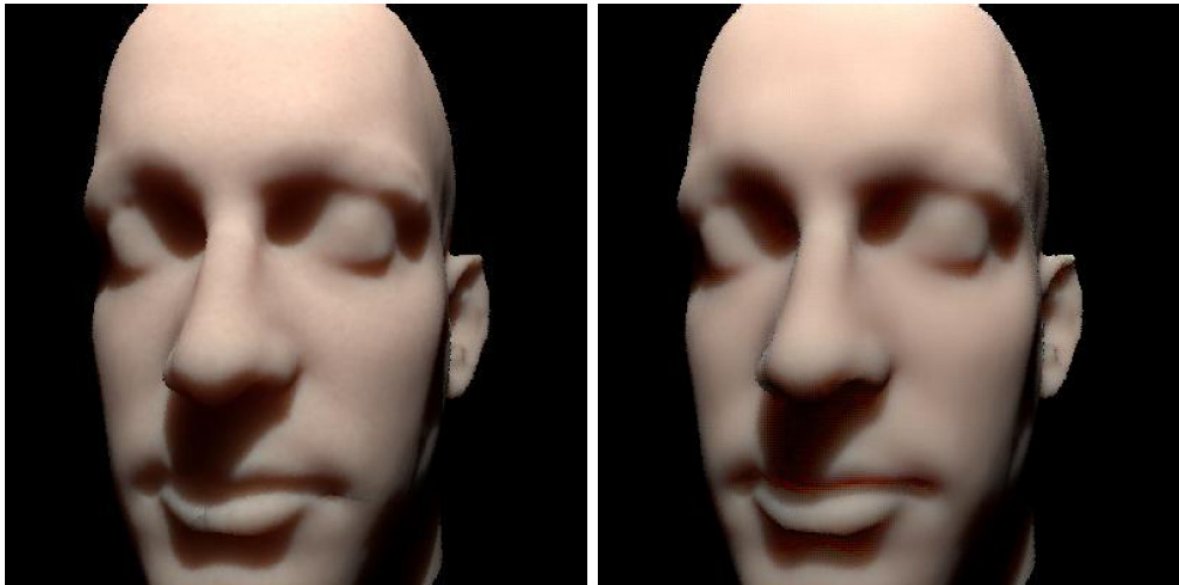
1. Erzeuge für jeden zu schattierenden Punkt die *importance samples* auf seiner Tangentialebene.
2. Projiziere diesen Punkt, bezogen auf den Mittelpunkt der *irradiance texture map*, auf die Oberfläche der Geometrie. Abbildung 6-9 verdeutlicht diesen Prozess.

Ein Ergebnis dieser Methode ist, dass die für die BSSRDF notwendige Integralgleichung nicht über die Oberflächengeometrie, sondern in *image-space* gelöst wird.



**Abb. 6-10:** Links: Abtastung der Bestrahlungsdichte auf der Tangentialebene. Die Bestrahlungsdichteinformation des projizierten Abtastpunkts  $p$  kann durch die *irradiance texture map*  $T$  ermittelt werden. Rechts: Vergleich der *importance samples* (rote Punkte) zu gleichförmig verteilten Abtastpunkten (blaue Vierecke) für einen zu schattierenden Punkt (Kreis) in der Nähe eines Schattenrandes. Im Gegensatz zu den gleichförmig verteilten Abtastpunkten bekommt durch seine geschickte Positionierung fast keines der *importance samples* eine redundante Information.

Die Qualität des Mertens *et al.* Schattierungsmodells kann man in Abbildung 6-11 betrachten. Man sieht, dass es bei interaktiven Bildraten sehr nahe an das Modell von Jensen *et al.* kommt.



**Abb. 6-11:** Vergleich von Jensen *et al.*'s Methode (links) und der Methode von Mertens *et al.* (rechts). Das rechte Bild wurde mit einer Bildrate von 4-5 fps gerendert (Auflösung: 500 x 500 Pixel, Grafikkarte: ATI Radeon 9700Pro)

Außerdem verweisen Mertens *et al.* darauf, dass sich die von ihnen vorgestellte Methode gut mit dem von ihnen kurz zuvor vorgestellten Modell [60] kombinieren lässt. Dieses Modell verwendet eine hierarchische Datenstruktur, welche die Komplexität des Oberfläche-zu-Oberfläche Lichttransfers von Jensen *et al.*'s Modell von der Ordnung  $O(n^2)$  ( $n$  steht für die Anzahl der Geometrieckpunkte des zu berechnenden Objekts) auf die Ordnung  $O(\log k)$  ( $k$  steht hier für die Anzahl der für dieses Modell definierten Flächenstücke, vgl. Abb. 6-12) reduziert.

Die Theorie dieser Methode besteht darin, Oberflächenregionen mit wenig variierenden Bestrahlungsdichteinformationen (generell sind das Flächen, welche weit von der Lichtquelle entfernt sind) zu großen Flächenstücken  $k$  zusammenzufassen und Oberflächenregionen mit verhältnismäßig großen Bestrahlungsdichteveriationen in viele kleine Flächenstücke  $k$  zu unterteilen [60, Seite 2ff].

Bei einer Kombination dieser beiden Modelle könnte man wie bei Lensch *et al.* [55] die Volumenstreuung in einen *global response* und in einen *local response* Teil aufteilen, wobei [60] zur Berechnung der *global response* und [59] für die Berechnung der *local response* geeignet wäre [59, Seite 7].



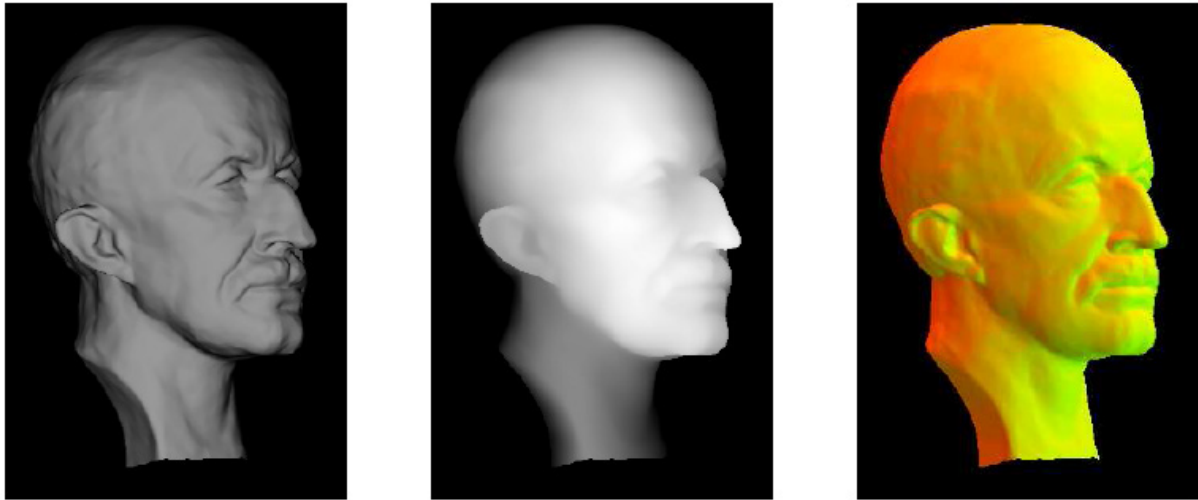
**Abb. 6-12:** Visualisierung der hierarchischen Oberflächeneinteilung des in [60] vorgestellten Modells. Oberflächenregionen mit wenig Bestrahlungsdichteveränderungen werden zu großen Flächen zusammengefasst (hier das Gesicht und der Körper des Hasen), wogegen Regionen mit großen Bestrahlungsdichteveränderungen eine hohe Unterteilung haben (hier das Ohr, da dieses Objekt von links oben beleuchtet wird).

## **6.6 Interaktive Berechnung von transluzenten Objekten durch „Translucent Shadow Maps“ von Dachsbacher und Stamminger**

Shadow Maps sind eine sehr effiziente Methode um Schatten in eine Szene zu berechnen [4, Seite 236ff]. Dachsbacher und Stamminger stellten 2003 ihre Erweiterung von gewöhnlichen Shadow Maps vor, nämlich transluzente Shadow Maps (TSM), durch welche sie Volumenstreuung simulieren können [17].

Eine Shadow Map ist ein zweidimensionales Bild, welches aus der Perspektive des schattenerzeugenden Lichts berechnet wird. Jedes Texel speichert dabei die Tiefe des der Lichtquelle am nächsten stehenden Objekts. Bei der Berechnung des fertigen Szenenbildes wird diese Information benutzt um festzustellen ob sich ein Punkt in einer Schattenfläche befindet oder nicht.

Die Idee, die hinter TSMs steckt, besteht darin, eine Shadow Map so zu erweitern, dass sie alle wichtigen Informationen zur Berechnung eines lichtdurchlässigen Objekts beinhaltet. Um dieses Kriterium zu erfüllen, wird neben der Tiefe (und damit gleichzeitig die 3D Position des Abtastpunktes) auch die Bestrahlungsdichte und die Oberflächennormalen der Punkte abgespeichert (Abb. 6-13). Diese Informationen werden dann genutzt, um den Punkt nach Jensen *et al.*'s Diffusionsannäherungsgleichungen zu schattieren.



**Abb. 6-13:** Die TSM beinhaltet (von links nach rechts) die Bestrahlungsdichtewerte, die Tiefenwerte und die Oberflächennormalen.

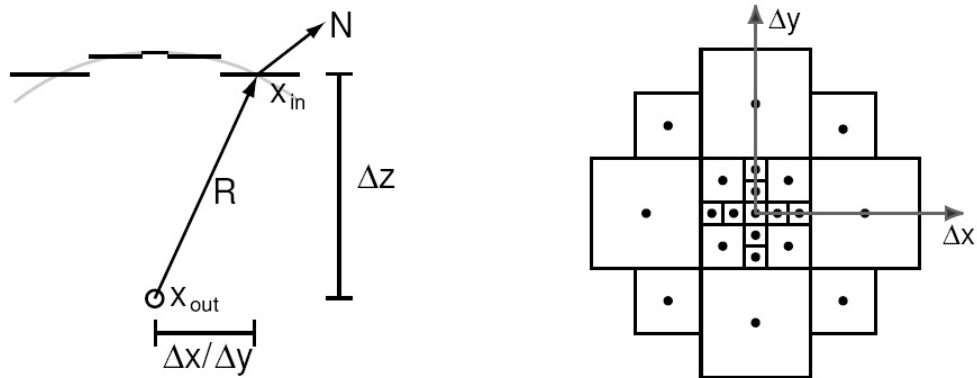
Für eine Beschleunigung ihres Modells verwenden Dachsbacher und Stamminger das von Lensch *et al.* [55] vorgestellte Prinzip der Unterteilung in einen *global response* und einen *local response* Teil.

Um die lokale Komponente zu berechnen, werden alle sich in der Nachbarschaft vom Austrittspunkt  $x_o$  befindlichen Punkte gewichtet und aufsummiert. Die Gewichtung der Nachbarschaftspunkte hängt stark von  $\Delta z$ , welches die Distanz zwischen dem Austrittspunkt  $x_o$  (in *light-space*) und dem in der TSM abgespeicherten Eintrittspunkt  $x_i$  angibt (Abb. 6-13, links). Für ein großes  $\Delta z$  ist die Gewichtung klein und sie verringert sich nur mehr langsam mit  $(\Delta x, \Delta y)$ . Ist  $\Delta z$  hingegen klein, so ist die zentrale Gewichtung groß und verringert sich sehr schnell mit  $(\Delta x, \Delta y)$ . Diese Eigenschaft ist auf den exponentiellen *Fall-Off* des Lichts in transluzenten Materialien zurückzuführen [41].

Jedenfalls muss der für die Gewichtung verwendete Filter groß genug sein, damit alle Regionen, bei welchen der diffuse Streugrad  $R_d$  hoch ist, abgedeckt werden. Diese Fläche kann bei realen Objekten bis zu einigen Zentimeter groß sein [17, Seite 3].

Stamminger und Dachsbacher verwenden bei ihrem Modell ein Abtastfiltermuster aus 21 Abtastpositionen (Abb. 6-14, rechts). Die Abtastdichte verringert sich mit der Distanz zum Ursprung. Die äußeren Abtastpunkte repräsentieren eine größere Filterfläche, daher werden ihre Bestrahlungsdichte- und ihre Tiefenwerte aus einer gröberen Mip Map Stufe genommen. Das hier verwendete Muster ist heuristisch, da die Verteilung stark von  $\Delta z$  abhängt und es daher keine allgemeingültige Optimalform gibt.

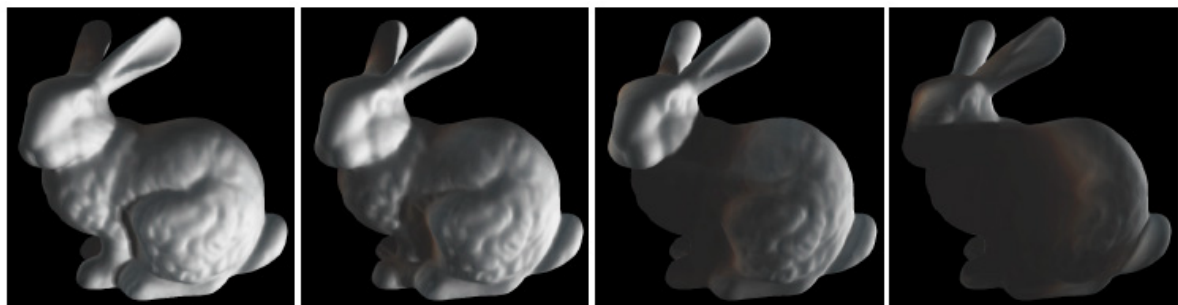




**Abb. 6-14:** Im linken Bild sieht man wie  $R$ ,  $\Delta x$  und  $\Delta y$  berechnet werden. Rechts ist das von Stamminger und Dachsbacher verwendete Abtastmuster abgebildet.

Stamminger und Dachsbacher weisen darauf hin, dass man für ihr Modell nur direktionale Lichtquellen verwenden kann und dass konkave Objekte nicht richtig berechnet werden können (Anmerkung: Ein Lösungsversuch dieses Problems wird in [78] vorgestellt).

Durch das TSM Modell können Objekte mit 70 000 Dreiecken in einer Bildrate von 11,9 fps berechnet werden (Für diese Angabe wurde ein Intel Pentium4 – 2,4 GHz mit einer ATI Radeon 9700 Grafikkarte verwendet. Die Bildauflösung beträgt 512 x 512 Pixel [17, Seite 4]. Das berechnete Bild ist in Abb. 6-15 zu sehen).



**Abb. 6-15:** Mit Stamminger und Dachsbacher berechnetes Hasenmodell mit einer rotierenden, parallelen Lichtquelle.



## 7 Vergleich der Techniken

In diesem Kapitel werden die Vor- und Nachteile der in Kapitel 5 und 6 vorgestellten Techniken verglichen. Der Vergleich bezieht sich auf die Wiedergabequalität, die Berechnungszeiten der einzelnen Algorithmen und deren Eignung sowohl für die Film- als auch für die Computerspielindustrie.

### 7.1 Analytische, nicht interaktive Modelle

In diesem Unterkapitel wird das Schattierungsmodell von Jensen und Buhler mit dem Modell von Mertens *et al.* verglichen. Obwohl das Mertens *et al.* Modell auf der von Jensen *et al.* vorgestellten Diffusionstheorie basiert, ist die Wiedergabequalität der schattierten Objekte verschieden.

Im direkten Vergleich der beiden Modelle (Abb. 5-15) kann man folgende Unterschiede bezogen auf die Bildqualität erkennen:

1. Das Mertens *et al.* Modell hängt stärker von der Objektgeometrie des schattierten Objekts ab als bei Jensen und Buhler. Dies kann man daran beobachten, dass die Helligkeit der Schattierung bei Mertens *et al.* auf der Oberfläche stark variiert. Bei Jensen und Buhler hingegen ist die Helligkeitsverteilung viel gleichmäßiger und die Übergänge von dunklen zu hellen Regionen sind sehr weich.
2. Da das Modell von Jensen und Buhler eigentlich von ungekrümmten, *halbtransparenten* (engl.: *semi-infinite*) Oberflächen ausgeht, werden manche Stellen bei gekrümmten Oberflächen nicht korrekt wiedergegeben. Dies kann man bei Abbildung 5-15 daran erkennen, dass der Unterkiefer des Drachen sichtbar ist, obwohl dort aufgrund der Objektgeometrie eigentlich gar keine Lichtstrahlen auftreffen können. Durch die Annahme von halbtransparenten Oberflächen gehen allerdings die Lichtstrahlen durch den Oberkiefer durch (Die Objekte wurden jeweils mit einer Lichtquelle, welche sich genau über den Objekten befand, beleuchtet). Dies ist bei Mertens *et al.* nicht der Fall, da ihr Modell die gekrümmte Objektgeometrie berücksichtigt. Diesen Effekt kann man auch an der Schwanzspitze des Drachen erkennen.

Den deutlichsten Unterschied der analytischen Modelle zur numerischen Monte Carlo Simulation kann man bei den Rückenhöckern und den Wangenhaaren erkennen. Während die Rückenhöcker bei der Monte Carlo Simulation fast transparent sind, können die analytischen Modelle diesen Effekt nicht wiedergeben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch die sehr detailreichen Krümmungen der Objektgeometrie an diesen Regionen nur wenige Streuvorgänge innerhalb des Mediums auftreten und ein Lichtstrahl das Objekt dort bald wieder verlässt. Dieser optische Vorgang kann aber nicht durch die Diffusionstheorie simuliert werden, da bei ihr ja der Weg des eintreffenden Lichtstrahls nicht weiterverfolgt wird, sondern die Streuvorgänge durch eine diffuse Lichtquelle ersetzt werden. Man kann aber sehen, dass beim Modell von Mertens *et al.* im Wangenbereich die Objektstruktur zu erkennen ist, weil es die Krümmung der Objektgeometrie berücksichtigt. Bei Jensen und Buhler hingegen kann man keine Struktur mehr erkennen.

Die Berechnungszeiten der beiden Methoden sind sich ähnlich. Jensen und Buhler geben an, dass sie bei einem Objekt mit ca. 150 000 Abtastpunkten ungefähr eine Minute zur Berechnung der hierarchischen Abtaststruktur und dann 40 Sekunden zur Berechnung des fertigen Bildes benötigten (Abb. 5-12). Diese Zeiten wurden mit einem Pentium III, 800 MHz Prozessor erzielt. Das Mertens *et al.* Modell benötigt für ein aus 200 000 Dreiecken bestehendes Objekt zur Berechnung des bei ihnen verwendeten *Multigrids* 45 Sekunden und für die Berechnung des fertigen Bildes 5 Sekunden (hierbei wurde ein Pentium IV Prozessor mit 1,7MHz verwendet). Der Mertens *et al.* Algorithmus scheint also etwas langsamer zu sein.

Generell ist es schwierig die Berechnungszeiten dieser beiden Modelle zu vergleichen, da der bei Jensen und Buhler verwendete Algorithmus schneller wird, je transluzenter ein Objekt ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei diesem Modell die Anzahl der notwendigen Abtastpunkte höher wird, je lichtundurchlässiger ein Material ist [43, Seite 5]. Der bei Mertens *et al.* verwendete Algorithmus verhält sich genau gegenteilig. Seine Berechnungsgeschwindigkeit wird bei zunehmender Transluzenz langsamer [61, Seite 5]. Die Berechnungszeiten der beiden Modelle hängen also davon ab, wie lichtdurchlässig das zu berechnende Material ist.

Abschließend muss noch erwähnt werden, dass beide Modelle keine globale Beleuchtung zulassen. Beide Modelle sind für den Gebrauch in der Filmindustrie geeignet, schaffen aber keine interaktiven Bildraten, welche für die Computerspielindustrie erforderlich sind.

## 7.2 Interaktive Modelle

Die in Kapitel 6 vorgestellten Modelle zur interaktiven Wiedergabe von Volumenstreuung unterscheiden sich sehr stark in Bezug auf Berechnungszeiten und Wiedergabequalität.

Die höchsten Bildraten wurden mit Hao. *et al.* 's [35] und Carr *et. al.*'s [12] Modell erzielt.

Hao *et al.* konnten ein Objekt mit ca. 150 000 Geometrieckpunkten bei 7,5 fps. berechnen.

2004 stellten sie eine Verbesserung ihres Algorithmus vor [34], wodurch sie den

Speicherplatz der vorberechneten Integralwerte von 200 bytes/Geometriepunkt auf ca. 28

bytes/Geometriepunkt verringern konnten. Durch diese Modifikation konnten sie eine

Effizienzsteigerung von ca. 15% erreichen, wodurch sie das selbe Objekt mit 8,6 fps

darstellen konnten (die Werte beziehen sich auf einen 2 GHz Pentium IV mit einer NVIDIA

GeForce3 Grafikkarte). Carr *et al.* konnten mit ihrem Modell Bildraten von 12,05 fps bei

einem aus ca. 70 000 Dreiecken bestehenden Objekt erzielen. Die Vorberechnungszeit der für

dieses Modell nötigen Formfaktoren beträgt ca. 9 Sekunden bei einer Texturatlasauflösung

von 1024 x 1024 Pixel (die Werte beziehen sich auf eine GeForceFX Grafikkarte). Bei beiden

Modellen sind dynamisch variierende Beleuchtungssituationen möglich, die Objekte sind aber

nicht zur Laufzeit deformierbar. Das Modell von Carr *et al.* kann, im Gegensatz zum Modell

von Hao *et al.*, sich dynamisch ändernde Materialeigenschaften während der Laufzeit

berücksichtigen. Bei Hao *et al.* müssen alle Integrale bei Neudefinition der

Materialeigenschaften neu berechnet werden.

Das von Lensch *et al.* [55] vorgestellte Modell kann bei der Bildrate mit diesen beiden

Modellen nicht mithalten. Die Vorberechnungsphase bei einem aus 10 000 Geometriepunkten

bestehenden Objekt benötigt ca. 8 Minuten (bei einer Texturatlasauflösung von 512 x 512

Pixel), danach kann das Objekt bei einer Bildrate von 2,3 fps gerendert werden (diese Daten

beziehen sich auf einen 1,7 GHz Xeon PC mit einer GeForce3 Grafikkarte). Die Objekte

können nach der Vorberechnungsphase unter verschiedenen Beleuchtungssituationen

wiedergegeben werden.

Der größte Nachteil der bisher verglichenen Modelle besteht aber darin, dass sie alle eine

Vorberechnungsphase benötigen. Das von Mertens *et al.* [59] vorgestellte Modell kommt

ohne einer solchen Vorberechnungsphase aus und erzielt eine Bildrate von 5 fps bei einer aus

132 000 Dreiecken bestehenden Objektgeometrie (bezogen auf einen 2,4GHz Xeon PC mit

einer ATI Radeon 9700Pro Grafikkarte). Dieses Modell ermöglicht es, bei interaktiven

Bildraten nicht nur den Betrachterstandpunkt, die Beleuchtung und die Materialeigenschaften

zu verändern, sondern auch die Objektgeometrie. Diese Eigenschaft ist vor allem für die Computerspielindustrie sehr wichtig.

Dachsbacher und Stamminger [17] erzielen mit ihrem Modell eine Bildrate von 5,7 fps bei einer aus ca. 100 000 Eckpunkten bestehenden Objektgeometrie (Werte beziehen sich auf einen 2,4 GHz Pentium IV mit einer ATI Radeon 9700 Grafikkarte). Das Objekt kann dabei beliebig in der Szene bewegt und beleuchtet werden.

Die in diesem Kapitel angegebenen Daten beziehen sich auf die Angaben der jeweiligen Modellautoren.

## 8 Zusammenfassung

In dieser Diplomarbeit wurde ein Überblick über diverse Schattierungsmethoden von lichtdurchlässigen Materialien gegeben. Dabei wurde zunächst der Lichttransport in einem vielschichtigen, transluzenten Material am Beispiel von menschlicher Haut vorgestellt. Das Verständnis der Reflexions- und Transmissionseigenschaften von Haut ist vor allem für die Wiedergabequalität von digitalen Charakteren in der Filmindustrie von hoher Bedeutung. Danach wurden analytische Modelle zur Simulation von Volumenstreuung behandelt und deren Wiedergabequalität verglichen. Die von Jensen *et al.* vorgestellte Dipol-Approximation erweist sich als akkurates Simulationsmodell für stark lichtstreuende Medien, sie ist aber für stark gekrümmte Oberflächenstruktur nicht geeignet. Mertens *et al.* konnten durch ihre Modifikation der Dipol-Approximation bessere Ergebnisse erzielen, aber auch bei ihrem Modell kommt es bei sehr stark gekrümmten Oberflächenstrukturen zu einer unkorrekten Wiedergabe.

Des weiteren wurden Schattierungstechniken behandelt, welche durch ihre effizienten Berechnungsmethoden interaktive Bildraten ermöglichen. Dabei wurden die bei diesen Modellen verwendeten Schattierungsmethoden vorgestellt und deren Berechnungszeiten verglichen. Dabei wurde gezeigt, dass durch die Vereinfachung der von Jensen *et al.* vorgestellten Diffusionsgleichung in Kombination mit effizienten Abtastalgorithmen durchwegs qualitativ hochwertige Abbildungen von lichtdurchlässigen Materialien erzeugt werden können. Diese Erkenntnis ist vor allem für die Computerspielindustrie relevant.

## **9 Anhang A**

### **9.1 A.1 Raytracing**

Beim Raytracing wird eine Ebene in den Raum vor die virtuelle Kamera (Augpunkt) gelegt, durch die für jedes abzubildende Pixel mindestens ein Strahl von der Kamera durch das Pixel auf der Ebene in die Szene geschickt und zurückverfolgt wird. Trifft der Strahl auf ein Szenenobjekt, so wird er entweder reflektiert, refraktiert oder beides gemeinsam. Der reflektierte bzw. refraktierte Strahl wird danach weiterverfolgt. Seine Farbe und Intensität wird dabei durch die Interaktion des eintreffenden Strahls mit der Oberflächenbeschaffenheit des Objekts definiert. Dieser Vorgang der Strahlenverfolgung wird auch als rekursives Raytracing bezeichnet. Die Rekursion kann abgebrochen werden, wenn keine Objekte mehr getroffen werden, wenn eine vordefinierte Rekursionstiefe erreicht wurde oder die Reflexion des Strahls zu keinem nennenswerten Ergebnis mehr führt. Die Farbwerte der getroffenen Objekte werden dann nach ihrem Reflexionsgrad gewichtet, aufaddiert und mit der vom Strahl getroffenen Lichtquelle verrechnet. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass nur direkte Beleuchtung berücksichtigt wird.

### **9.2 A.2 Monte Carlo Raytracing**

Monte Carlo Raytracing, auch Path Tracing genannt, basiert auf der Erkenntnis, dass die Simulation der indirekten Beleuchtung der Rendergleichung [45], welche die Strahlungsdichte eines beliebigen Lichtstrahls angibt, entspricht. Im Gegensatz zum gewöhnlichen Raytracing werden bei der Interaktion eines Strahls mit einem Szenenobjekt jedes Mal mehrere zufällig generierte Strahlen reflektiert bzw. refraktiert. Diese zufällig generierten Strahlen können als Lichtquellen für andere Objekte dienen, diese Objekte werden also indirekt beleuchtet. Die Erzeugung der neuen Strahlen stellen eine Näherung an das Integral der Rendergleichung dar. Die Fehler dieser Näherung äußern sich als Varianz – es kommt also zu einem Bildrauschen, welches die Wiedergabequalität des berechneten Bildes verringert. Je mehr Strahlen durch die virtuelle Kamera in die Szene geschossen werden, desto mehr nähert man sich dem idealen Bild.

# Literaturverzeichnis

- [1] AMBARZUMIAN, V. A. A new method for computing light scattering in turbid media. *Izv. Akad. Nauk SSSR* 3, 1942
- [2] ANDERSON, R. und PARRISH, J. The optics of human skin. *Journal of Investigative Dermatology* 1977, 1, Seite 13–19, 1981
- [3] ANGELOPOULOU, E. The reflectance spectrum of human skin. *Technical Report MS-CIS-99-29, University of Pennsylvania*, 1999
- [4] APODACA, A. und GRITZ L. Advanced Renderman, *Academic Press, ISBN 1-55860-618-1*, 2000
- [5] BERGER M. und OLIGER J. Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, Seite 484-512, 1984
- [6] BIRN J. <http://www.cgtalk.com/archive/index.php/t-50332.html>, Stand: 03.05.2005
- [7] BIRN J. Lightning & Rendering. *New Riders Publishing, ISBN 3-8272-5969-X*, 2001
- [8] BLEVINS, N. Translucency and Sub-Surface Scattering.  
[http://www.neilblevins.com/cg\\_education/translucency/translucency.htm](http://www.neilblevins.com/cg_education/translucency/translucency.htm), Stand: 05.03.2005
- [9] BLINN, J. F. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *Computer Graphics*, 11(2):192–198, 1977.
- [10] BLINN, J. F. Light reflection functions for simulation of clouds and dusty surfaces. *Computer Graphics* 16, 3. Seite 21–29, Juli 1982
- [11] CHANDRASEKAR, S. Radiative Transfer. *Dover, New York*, 1960.
- [12] CARR, N.A., HALL, J.D. und HART, J.C. Gpu algorithms for radiosity and subsurface scattering.  
*Proceedings of the ACM SIGGRAPH/EUROGRAPHICS conference on Graphics hardware*, Seite 51–59, 2003
- [13] CHEONG, W.-F., PRAHL, S.A. und WELCH, A.J. A review of the optical properties of biological tissues. *IEEE J. Quant. Electron.*, 26, Seite 2166–2185, 1990.
- [14] COLUMBIA University. Department of Computer Science. Columbia Utrecht Reflectance and Texture Database (CURET). <http://www.cs.columbia.edu/CAVE/curet/>, Stand: 08.05.2005
- [15] COOK, R.L. und TORRANCE, K.E. A reflectance model for computer graphics. *In Proceedings of SIGGRAPH'81*, Seite 307–316, 1981.
- [16] CORNELL University. Program of Computer Science. Measurement Data.  
<http://www.graphics.cornell.edu/online/measurements/>, Stand: 08.05.2005
- [17] DACHSBACHER, C. und STAMMINGER, M. Translucent shadow maps. *Proceedings of the 14th Eurographics Workshop on Rendering*, Seite 197-201, 2003
- [18] DAY, M., COLELLA, P., LIJEWSKI, M., RENDLEMAN, C. und MARCUS, D. Embedded boundary algorithms for solving the poisson equation on complex domains. *Technical Report Lawrence Berkeley National Laboratory, LBNL-41811.*, 1998
- [19] DEBEVEC, P., HAWKINS, T., TCHOU, C., DUIKER, H.-P., SAROKIN, W. und SAGAR, M. Acquiring the reflectance field of a human face. *Proceedings of SIGGRAPH'2000*, Seite 145–156. 2000
- [20] DEZEEUW, D. A quadtree-based adaptively refined cartesian-grid algorithm for solution of the euler equations, 1993.

- [21] DIFFEY, B.L. A mathematical model for ultraviolet optics in skin. *Physics in Medicine and Biology*, 28(6), Seite 647–657, 1983.
- [22] DORSEY, J., EDELMAN, A., JENSEN, H.W., LEGAKIS, J. und PEDERSEN, H. Modeling and rendering of weathered stone. *Proceedings of SIGGRAPH 1999*, Seite 225–234, August 1999
- [23] DOI, M. und TOMINAGA, S. Spectral estimation of human skin color using the Kubelka-Munk theory. *SPIE/IS&T Electronic Imaging*, SPIE, vol. 5008, Seite 221–228, 2003
- [24] EASON, G., VEITCH, A., NISBET, R. und TURNBULL, F. The theory of the backscattering of light by blood. *J. Physics*, 11, Seite 1463–1479, 1978
- [25] FARRELL, T.J., PATTERSON, M.S., WILSON B. A diffusion theory model of spatially resolved, steady state diffuse reflectance for the noninvasive determination of tissue optical properties in vivo. *Med. Phys*, 19, Seite 879–888, 1992
- [26] FOLEY, J., van DAM, A., FEINER, K. und HUGES, J. Computer Graphics Principles and Practise. *Second Edition in C. Addison Wesley*. Seite 1174, 1997
- [27] FOO, S. A Gonioreflectometer for Measuring the Bidirectional Reflectance of Material for Use in Illumination Computation. Master's Thesis. 1997  
<http://www.graphics.cornell.edu/research/measure/sfoo-thesis.pdf>, Stand: 06.04.2005
- [28] GRATZ, E. Moderne Physik. *Skriptum zur Vorlesung „Physik I“ an der Fachhochschule St. Pölten*, Stand: 2002
- [29] van GEMERT, M.J.C., JAQUES, S.L., STERENBORG, H.J.C.M. und STAR, W.M. Skin optics. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 36(12), Seite 1146–1154, 1989
- [30] GROENHUIS, R. A., FERWERDA, H. A. und BOSCH J. J. Scattering and absorption of turbid materials determined from reflection measurements. *Applied Optics*, 22, Seite: 2456–2462, 1983
- [31] HACKBUSCH, W. Multigrid Methods and Applications. *Springer-Verlag, Berlin*, 1985.
- [32] HALLIDAY, RESNICK, WALKER. Physik. *John Wiley & Sons*, ISBN 3-527-40366-3, 2002
- [33] HANRAHAN, P. und KRUEGER, W. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. *Computer Graphics (SIGGRAPH '93 Proceedings)*, 1993
- [34] HAO, X. und VARSHNEY, A. Real-time rendering of translucent meshes. *ACM Trans. Graph.*, 23(2), Seite 120-142, 2004
- [35] HAO, X., VARSHNEY, A. und BABY, T. Interactive subsurface scattering for translucent meshes. *ACM Symposium on Interactive 3D Graphics*, Seite 75–82, April 2003
- [36] HE, X., TORRENCE, K., SILLION, F. und GREENBERG, D. A Comprehensive Physical Model for Light Reflection. *Computer Graphics*. 1991
- [37] HENYEY, L. und GREENSTEIN, J. Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophys. Journal*, 93 Seite 70–83, 1941
- [38] HERY, C. Implementing a skin BSSRDF (or several...). *Kapitel 4, Siggraph 2003 RenderMan course notes*, 2003
- [39] JACQUES, S.L. Skin optics. Oregon Medical Laser Center News.  
<http://omlc.ogi.edu/news/jan98/skinoptics.html>, Stand: 08.04.2005
- [40] JACQUES, S.L. Origins of tissue optical properties in the uva visible and nir regions. *OSA TOPS on Advances in Optical Imaging and Photon Migration 2*, Seite 364–369, 1996



- [41] JENSEN, H.W., MARSCHNER, S.R., LEVOY, M. und HANRAHAN, P. A practical model for subsurface light transport. *Proceedings of SIGGRAPH'2001*, Seite 511–518, 2001
- [42] JENSEN, H. W. und CHRISTENSEN, P. H. Efficient simulation of light transport in scenes with participating media using photon maps. *Proceedings of SIGGRAPH 98*, Seite 311–320, 1998
- [43] JENSEN, H. W. und BUHLER, J. A rapid hierarchical rendering technique for translucent materials. *Proceedings of SIGGRAPH'2002*, Seite 576–581, 2002
- [44] JOHANSEN H. und COLELLA P. A cartesian grid embedded boundary method for poisson's equation on irregular domains. *J. Comput. Phys.* 147, Seite 60ff, 1998
- [45] KAJIYA, J. T. The rendering equation. In *Computer Graphics (SIGGRAPH '86Proceedings)*, Seite 143–150. 1986
- [46] KAJIYA, J. T. und VON HERZEN, B. P. Ray tracing volume densities. *Computer Graphics (SIGGRAPH '84 Proceedings)*, Seite 165–174, 1984
- [47] KAJIYA, J. T. The Rendering Equation. *Proceedings of Siggraph '86*. 1986
- [48] KALOS, M. H. und WHITLOCK, P. A. Monte Carlo Methods. *Volume1: Basics*. Wiley, 1986
- [49] KIM, T.E., HONG, H.K. und CHOI, J.S. Estimation of hybrid reflectance properties and shape reconstruction using the LMS method. *Pattern Recognition*, 33, Seite 161-171, 2000
- [50] KLASSEN, R.V. Modeling the effect of the atmosphere on light. *ACM Transactions on Graphics*, 6(3), Seite 215–237, 1987
- [51] KNISS, J., PREMOZE, S., HANSEN, C. und EBERT, D. Interactive translucent volume rendering and procedural modeling. *Proceedings of the conference on Visualization '02*, IEEE Press, Seite 109–116, 2002
- [52] KRISHNASWAMY, A. und BARONSKI, G. V. G. A Study on Skin Optics. *Technical Report CS-2004-01*. 2004
- [53] KUBELKA, P. und MUNK, F. Ein beitrage zur optik der farbanstriche. *Zurich Tech. Physik*, 12, Seite 543-552. 1931
- [54] KURTH, W. Lokale Beleuchtungs- und Schattierungsverfahren,  
[http://www-gs.informatik.tu-cottbus.de/~wwwgs/cg\\_v11a.pdf](http://www-gs.informatik.tu-cottbus.de/~wwwgs/cg_v11a.pdf), Stand: 06.04.2005
- [55] LENSCH, H. P. A., GOESELE, M., BEKAERT, P., KAUTZ, J., MAGNOR, M.A., LANG, J. und SEIDEL, H.-P. Interactive rendering of translucent objects. *Proceedings of the 10th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, Seite 214-220, 2002
- [57] LEONARD, T. A. und RUDOLPH, P. BRDF Round Robin Test of ASTM. *E1392, SPIE Vol. 1995 Optical Scattering*, 1993
- [58] MARSCHNER, S.R., WESTIN, S.H., LAFORTUNE, E.P.F., TORRANCE, K.E. und GREENBERG, D.P. Imagebased BRDF measurement including human skin. *Proceedings of the 10th Eurographics Rendering Workshop*, Seite 139–152, 1999
- [59] MERTENS, T., KAUTZ, J., BEKAERT, P., SEIDEL, H.-P. und van REETH, F. Efficient rendering of local subsurface scattering. *Proceedings of Pacific Graphics*, Seite 51-58, 2003.
- [60] MERTENS, T., KAUTZ, J., BEKAERT, P., SEIDEL, H.-P. und van REETH, F. Interactive rendering of

- translucent deformable objects. *Proceedings of the 14th Eurographics workshop on Rendering*, Seite 130-140, 2003
- [61] MERTENS, T., HABER, T., BEKAERT, P., SEIDEL, H.-P. und van REETH, F. A Computational Approach to Simulate Subsurface Light Diffusion in Arbitrarily Shaped Objects. *Proceedings of the 14th Eurographics workshop on Rendering*, 2005
- [62] NICODMUS, F., RICHMOND, J. und HSIA, J. Geometrical Considerations and Nomenclature for Reflectance. *National Bureau of Standards. Washington, U.S.*, 1977
- [63] NIELSEN, K. Real-Time Hardware-Based Photorealistic Rendering. *Master's Thesis. The Technical University of Denmark. Lyngby, Denmark*. 2000
- [64] NISHITA, T. A shading model for atmospheric scattering considering luminous intensity distribution of light sources, *Computer Graphics and Applications*, Seite 303-310, 2000
- [65] OREN, M. und NAYAR, S.K. Generalization of Lambert's reflectance model. *Proceedings of SIGGRAPH'94*, Seite 239-246, 1994.
- [66] PHARR, M. und HANRAHAN, P. M. Monte carlo evaluation of non-linear scattering equations for subsurface reflection. *Proceedings of SIGGRAPH 2000*. Seite 75-84, 2000
- [67] PHARR, M. Layered media for surface shaders. *Proceedings of SIGGRAPH 2000, RenderMan Course Notes*, 2001
- [68] PRAHL, S.A. Light Transport in Tissue. *PhD thesis, University of Texas at Austin*, 1988
- [69] PHONG, B.T. Illumination for computer generated pictures, *Communications of the ACM, Volume 1, Issue 6*, Seite 311 - 317, 1975
- [70] REYNOLDS, L., JOHNSON, C., ISHIMARU, A. *Applied Optics*, 15:2059, 1976
- [71] RUSINKIEWICZ, S. A Survey of BRDF Representation for Computer Graphics.  
<http://graphics.stanford.edu/~smr/cs348c/surveypaper.html>, Stand: 14.05.2005
- [72] SALTZMAN, J., BELL, J., BERGER, M. J. und WELCOME, M. Three dimensional adaptive mesh refinement for hyperbolic conservation laws. *J. Sci. Comput.*, Seite 127-138, 1994
- [73] SATO, Y., WHEELER, M.D. und IKEUCHI, K. Object shape and reflectance modeling from observation. *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, Seite 379-388, 1997
- [74] SCHLICK, C. An inexpensive BRDF model for physically based rendering. *Computer Graphics Forum*, 13(3), Seite 233-246, 1994
- [75] STAM, J. Multiple scattering as a diffusion process. *Proceedings of the 6th Eurographics Workshop on Rendering*, Seite 69-79, 1995
- [76] SU, Y., WANG, W., XU, K. und JIANG, C. Optical properties of skin. *Proceedings of the SPIE*, 4916:299, 2002.
- [77] THODY, A., HIGGINS, E., WAKAMATSU, K., ITO, S., BURCHILL, S. und MARKS, J. Pheomelanin as well as eumelanin is present in human dermis. *Journal of Investigative Dermatology* 97, Seite 340-344, 1997
- [78] TOMSON, E. Human skin for "Finding Nemo", practical subsurface scattering with Render-Man. *Kapitel 5, Siggraph 2003 RenderMan course notes*, 2003.
- [79] TUCHIN, V.V. Light scattering study of tissue. *Physics - Uspekhi*, 40(5): Seite 495-515, 1997
- [80] TUCHIN, V.V. Tissue Optics Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis. *The*

- [81] TURK, G. Re-tiling polygonal surfaces. In *Computer Graphics (SIGGRAPH'92 Proceedings)*, vol. 26, Seite 55–64, 1992
- [82] VAN DE HULST, H. Multiple Light Scattering. *Academic Press, New York, NY*,
- [83] WAN, S., ANDERSON, R. und PARRISH, J.A. Analytical modeling for the optical properties of the skin with in vitro and in vivo applications. *Photochemistry and Photobiology*, 34, Seite 493–499, 1981
- [84] WARD, G. Measuring and Modeling Anisotropic Reflection. *Proceedings of Siggraph '92*, 1992
- [85] WESTIN, S.H., ARVO, J.R. und TORRANC, K.E. Predicting reflectance functions from complex surfaces. *Proceedings of SIGGRAPH'92*, 26, Seite 255–264, 1992
- [86] Wikipedia Online. Albedo. <http://de.wikipedia.org/wiki/Albedo>, Stand: 20.02.2005
- [87] Wikipedia Online. Bestrahlungsstärke,  
<http://de.wikipedia.org/wiki/Bestrahlungsstärke>, Stand: 20.02.2005
- [88] Wikipedia Online. Beleuchtungsstärke,  
<http://de.wikipedia.org/wiki/Beleuchtungsst%C3%A4rke>, Stand: 20.02.2005
- [89] Wikipedia Online. Candela, <http://de.wikipedia.org/wiki/Candela>, Stand: 20.02.2005
- [90] Wikipedia Online. Chromatische Dispersion, [http://de.wikipedia.org/wiki/Chromatische\\_Dispersion](http://de.wikipedia.org/wiki/Chromatische_Dispersion), Stand: 20.02.2005
- [91] Wikipedia Online. Elektromagnetische Streuung,  
[http://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische\\_Streuung](http://de.wikipedia.org/wiki/Elektromagnetische_Streuung), Stand: 20.02.2005
- [92] Wikipedia Online. Fresnelsche Formeln, [http://de.wikipedia.org/wiki/Fresnelsche\\_Formeln](http://de.wikipedia.org/wiki/Fresnelsche_Formeln), Stand: 20.02.2005
- [93] Wikipedia Online. Lichtstärke (Photometrie),  
[http://de.wikipedia.org/wiki/Lichtst%C3%A4rke\\_%28Photometrie%29](http://de.wikipedia.org/wiki/Lichtst%C3%A4rke_%28Photometrie%29), Stand: 20.02.2005
- [94] Wikipedia Online. Lichtstrom, <http://de.wikipedia.org/wiki/Lichtstrom>, Stand: 20.02.2005
- [95] Wikipedia Online. Mip Mapping, [http://de.wikipedia.org/wiki/Mip\\_Mapping](http://de.wikipedia.org/wiki/Mip_Mapping), Stand: 20.02.2005
- [96] Wikipedia Online. Raumwinkel, <http://de.wikipedia.org/wiki/Raumwinkel>, Stand: 20.02.2005
- [97] Wikipedia Online. Radiometrie, <http://de.wikipedia.org/wiki/Radiometrie>, Stand: 20.02.2005
- [98] Wikipedia Online. Remission, <http://de.wikipedia.org/wiki/Remission>, Stand: 20.02.2005
- [99] Wikipedia Online. Strahlungsenergie, <http://de.wikipedia.org/wiki/Strahlungsenergie>, Stand: 20.02.2005
- [100] Wikipedia Online. Strahlungsleistung, <http://de.wikipedia.org/wiki/Strahlungsleistung>, Stand: 20.02.2005
- [101] Wikipedia Online. Wellengleichung, <http://de.wikipedia.org/wiki/Wellengleichung>, Stand: 20.02.2005
- [102] Wikipedia Online. Transparenz, <http://de.wikipedia.org/wiki/Transparenz>, Stand: 20.02.2005
- [103] Wikipedia Online. V( $\lambda$ )-Kurve, <http://de.wikipedia.org/wiki/Hellempfindlichkeit>, Stand: 20.02.2005
- [104] Wolfram Research. Lambert Surface, <http://scienceworld.wolfram.com/physics/LambertSurface.html>,  
Stand: 20.02.2005

# Glossar

## **Abschwächungsgrad**

Der Abschwächungsgrad gibt den Grad der Intensitätsabschwächung eines Lichtstrahls nach einem oder mehreren Streuvorgängen an.

## **Albedo**

Wieviel des eintreffenden Lichts von einem transluzenten Material wieder zurückgestrahlt wird, wird durch seine Albedo definiert. Da die Albedo das Verhältnis des auffallenden Lichts zur reflektierten Strahlung angibt, kann sie theoretische Werte von 0 bis 1 annehmen

## **Anisotrope Streuung**

Anisotrope Streuung bedeutet, dass gestreutes Licht nicht in alle Richtungen gleichmäßig verteilt wird. Es kommt also zu verstärkter Vorwärts- oder Rückwärtsstreuung.

## **Bestrahlungsdichte**

(siehe Abschnitt 2.3)

## **Colour Bleeding**

Colour Bleeding bezeichnet die Farbübertragung zwischen benachbarten Objekten.

## **CPU**

(Abkürzung für Central Processing Unit) Die CPU ist der Hauptprozessor des Computers.

## **Fall-Off**

Bezeichnet in der Computergrafik die Abschwächung des Lichts bei seinem Weg durch den Raum.

## **Gonioreflektometer**

Apparat zur Messung der Oberflächenbeschaffenheit eines Materials.

## **GPU**

(Abkürzung für Graphics Processing Unit). Die GPU ist der Prozessor der Grafikkarte.

## **Isotrope Streuung**

Isotrope Streuung bedeutet, dass gestreutes Licht in alle Richtungen gleichmäßig verteilt wird.

## **Lichtstärke**

(siehe Abschnitt 2.3)

## **Lichtstrom**

(siehe Abschnitt 2.3)

## **Lichttransport**

Beschreibt die Fortbewegung von Licht innerhalb eines transluzenten Materials.

**Mip Mapping**

Beim Mip Mapping wird nicht eine Textur mit fester Größe erzeugt, sondern mehrere vorgefilterte Größen. Im Normalfall werden ausgehend von der größten Textur (256x256 oder 512x512 sind gängig) die kleineren Detailstufen (bis 1x1) berechnet und ebenfalls in den Speicher der 3D-Karte geladen.

**Monte Carlo Raytracing**

(siehe Anhang A2)

**Monte Carlo Simulation**

Eine Monte Carlo Simulation ist eine spezielle Art der Simulation, wobei das System einen wahrscheinlichkeitsgewichteten Weg im Phasenraum abgeht.

**Octree**

Ein Octree ist ein Datenbaum, bei dem jeder innere Knoten bis zu acht Kinder haben kann.

**Path Tracing**

(siehe Monte Carlo Raytracing)

**Phase Function**

Englische Bezeichnung für Wellengleichung.

**Punktwolke**

In der Computergrafik bezeichnet eine Punktwolke eine Liste von kartesischen 3D-Koordinaten.

**Raytracing**

(siehe Anhang A2)

**Shadow Map**

Eine Shadow Map ist ein zweidimensionales Bild, in welchem die Schattenregionen einer Szene von der Perspektive des schattenerzeugenden Lichts aus gespeichert werden.

**Strahlstärke**

(siehe Abschnitt 2.2)

**Strahlungsenergie**

(siehe Abschnitt 2.2)

**Strahlungsenergiedichte**

(siehe Abschnitt 2.2)

**Strahlungsleistung**

(siehe Abschnitt 2.2)

**Strahlungsübertragung**

(siehe Abschnitt 2.2)

**Streugrad**

Der Streugrad gibt an, wie stark ein Lichtstrahl an einem Partikel gestreut wird.

**Subsurface Scattering**

Englische Bezeichnung für Volumenstreuung. Dieser Ausdruck beschreibt die Streuvorgänge innerhalb transluzenter Materialien.

**Texture Map**

Eine Texture Map ist ein zweidimensionales Bild, welches auf ein 3D Modell projiziert wird und dadurch dessen Aussehen bestimmt.

**Transluzenz**

Transluzenz bezeichnet die teilweise Lichtdurchlässigkeit eines Körpers. Dies bedeutet, dass Lichtstrahlen in einen Körper eindringen können und bevor sie ihn wieder verlassen innerhalb des Körpers gestreut werden

**Transparenz**

Transparenz bezeichnet die Bilddurchlässigkeit eines Materials (Glas ist zum Beispiel ein transparentes Material)

# Abbildungsverzeichnis

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Abb. 2-1: für das menschliche Auge sichtbares Licht. [32, Seite 969] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 10 |
| Abb. 2-2: ideal spiegelnde, gerichtet diffuse und ideal diffuse Reflexion. [54, Seite 8] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 10 |
| Abb. 2-3: Veranschaulichung des Raumwinkels. [96] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 13 |
| Abb. 2-4: $\theta_1, \theta_2$ . [54, Seite 4] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 14 |
| Abb. 2-5: Energieerhaltung. [54, Seite 5] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 14 |
| Abb. 2-6: $V(\lambda)$ -Kurve beschreibt das Dämmerungssehen, $V'(\lambda)$ das Nachtsehen. [104] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 15 |
| Abb. 2-7: Ist $g$ negativ (links), so kommt es zu verstärkter Rückwärtsstreuung, ist $g$ gleich 0 so kommt es zu isotroper Streuung, nimmt $g$ einen positiven Wert an, so kommt es zu verstärkter Vorwärtsstreuung. [67, Seite 55] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 17 |
| Abb. 3-1: $k_s$ von links nach rechts: 1.0 – 0.75 – 0.5 – 0.25 – 0.0. $n$ von oben nach unten: 5 – 10 – 20 – 40. [54, Seite 20] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 20 |
| Abb. 3-2: Reflexionsverhalten aufgrund von Mikrofacetten: Links ist der Winkel zwischen eintreffenden und reflektierten Lichtstrahl niedrig, daher wird jeder Lichtstrahl reflektiert. Das mittlere Bild zeigt, dass reflektierte Lichtstrahlen blockiert werden können, falls der Winkel größer wird. Das rechte Bild zeigt den selben Effekt aus einer anderen Einfallrichtung .....                                                                                                                                                           | 22 |
| Abb. 3-3: bei rauen Oberflächen wird reflektiertes Licht gleichmäßig in alle Richtungen zerstreut (links), bei glatten, schimmernden (engl.: <i>glossy</i> ) Oberflächen wird Licht stark am Reflexionsvektor reflektiert .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 23 |
| Abb. 3-4: Parameter der BRDF. Index i bezeichnet die einfallende, Index r die reflektierte Strahlung. [58, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 23 |
| Abb. 3-5: Größenverhältnisse. [85, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 24 |
| Abb. 3-6: Mikrofacettenmodell für Samt und das daraus resultierende Bild. [85, Seite 8] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 25 |
| Abb. 3-7: Links ein gewöhnlicher Gonioreflektometer [71], Rechts das Modell von Ward [84]. [71] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 26 |
| Abb. 3-8: Foos Gonioreflektometer aus der Vogelperspektive. [27, Seite 18] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 26 |
| Abb. 4-1: Beispiele für lichtdurchlässige Materialien. Man kann erkennen, dass Lichtstrahlen zwar durch solche Körper hindurchwandern können, man kann durch sie allerdings nicht wie z. B. bei Glas hindurchsehen. (Quelle für die unteren Photos: [8]) .....                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 29 |
| Abb. 4-2: Schichtenmodell von menschlicher Haut. Hier wird die Dermis in zwei Schichten, nämlich die papillare und die retikuläre Dermis, unterteilt. [52, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 31 |
| Abb. 4-3: Normalisiertes Reflexionsspektrum von menschlicher Haut, gemessen an einer Stelle am Handrücken unter vier verschiedenen ethnischen Gruppen. [3, Seite 4]) .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 31 |
| Abb. 5-1: Fortpflanzung eines Lichtstrahls innerhalb eines vielschichtigen Materials. [67, Seite 42] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 34 |
| Abb. 5-2: Bei Angabe eines fixen Streugrads wird die Menge des zurückgestreuten Lichts bei Verdickung des Mediums größer. Ist allerdings eine gewisse Dicke erreicht, so erhöht sich die Menge des austretenden Lichts nicht mehr. Diesen Effekt kann man mit dem Streichen einer weißen Wand mit blauer Farbe vergleichen: je dicker die blaue Farbschicht aufgetragen wird, desto kräftiger wird die Farbe der Wand, ab einer gewissen Schichtdicke der blauen Farbe ist allerdings die maximale Sättigung erreicht [53]. [67, Seite 45] ..... | 36 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Abb. 5-3: Eine dünne Schicht mit hohem Abschwächungsgrad (links) verringert die Lichtstärke stark, eine gleichdicke Schicht mit niedrigem Abschwächungsgrad (Mitte) verringert sie nur wenig. Eine dicke Schicht mit niedrigem Abschwächungsgrad (rechts) verringert die Lichtstärke wie die dünne mit hohem Abschwächungsgrad (links). [67, Seite 44] .....                                                                                                                                                                                                                                                | 36 |
| Abb. 5-4: Interaktion von Licht mit mehreren Schichten. [33, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 38 |
| Abb. 5-5: Reflexions- bzw. Transmissionsgrad eines Lichtstrahls beim Übergang von Luft ( $\eta=1.0$ ) in Wasser ( $\eta=1.33$ ), berechnet nach Fresnel. [33, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 38 |
| Abb. 5-6: Erste-Ordnung Lösungen für $\rho_{r,v}^{(1)}$ und $\rho_{t,v}^{(1)}$ bei verschiedenen Werten für den Henyey-Greenstein Parameter $g$ und die Schichtdicke $\tau_d$ . Die Werte von $g$ verändern sich von links nach rechts wie folgt: -0.3; 0.0; 0.6. Von oben nach unten ändert sich die Schichtdicke von 0.5 zu 1.0 zu 2.0. [33, Seite 3] .....                                                                                                                                                                                                                                               | 40 |
| Abb. 5-7: Lösungen für $\rho_r$ und $\rho_t$ . In der linken Spalte wird die spekulare Reflexion, in der mittleren der Volumenstreuungsreflexions- und Volumenstreuungstransmissionsgrad und in der rechten die Addition der ersten beiden Spalten unter Berücksichtigung des Fresnel-Terms. Von oben nach unten erhöht sich der Winkel des eintreffenden Lichtstrahls von $10^\circ$ zu $40^\circ$ und schließlich zu $65^\circ$ . [33, Seite 3] .....                                                                                                                                                     | 40 |
| Abb. 5-8: Eine von hinten beleuchtete Marmorbüste. Bild (a) wurde mit einer BRDF in 2 Minuten, Bild (b) mit einer BSSRDF in 5 Minuten und Bild (c) durch eine komplette Monte Carlo Simulation in 1250 Minuten gerendert. Zu beachten ist wie nahe das BSSRDF Bild an das Ergebnis der Monte Carlo Simulation kommt. [41, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                    | 42 |
| Abb. 5-9: Ein Gesicht gerendert mit einer BRDF (links) und einer BSSRDF (rechts). Am Schatten unterhalb der Nase kann man gut den Effekt des <i>colour bleedings</i> und die weichen Schattengrenzverläufe erkennen. [41, Seite 8] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 43 |
| Abb. 5-10: Links ist die Lichtdistribution durch eine BRDF gegeben ( $x_i = x_o$ ), rechts die Lichtdistribution durch eine BSSRDF ( $x_i \neq x_o$ ). [41, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 43 |
| Abb. 5-11: Ein eintreffender Strahl wird zwei Punktlichtquellen verwandelt. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 46 |
| Abb. 5-12: Wiedergabe einer lichtdurchlässigen Teekanne (Beleuchtung durch ein Key-Light links neben der Kanne und vier Fülllichter hinter der Kanne). [43, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 47 |
| Abb. 5-13: eine Punktwolke .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 48 |
| Abb. 5-14: Die Bestrahlungsdichtewerte der einzelnen Punkte in der Punktwolke .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 48 |
| Abb. 5-15: Vergleich der oben genannten Techniken. Links das Jensen <i>et al.</i> Modell, in der Mitte das Mertens <i>et al.</i> Modell und rechts eine Monte Carlo Simulation. Im Mertens Modell wird zum Beispiel im Gegensatz zu Jensen die Abdunklung der unteren Mundhälfte des Drachen korrekt wiedergegeben. [61, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                     | 49 |
| Abb. 5-16: Zwei durch Mertens <i>et al.</i> berechnete Figuren, welche aus einem Marmormaterial bestehen. Das Marmormaterial hat nicht überall die gleichen Dichtewerte, es ist also inhomogen. Das Verhältnis der minimalen zur maximalen Dichte ist 1:10. [61, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 49 |
| Abb. 6-1: Im linken Modell ist der Lichttransport innerhalb eines lichtdurchlässigen Materials dargestellt ( $I_d$ ist die direkte Beleuchtung, $I_i$ stellt die indirekte Beleuchtung des zu schattierenden Punktes dar). Rechts ist das Modell von Kniss <i>et al.</i> abgebildet. Man sieht, dass für den zu schattierenden Punkt sowohl die direkte Beleuchtung $I_d$ als auch die indirekte Beleuchtung $I_i$ durch eine gemittelte Verwischung des eintreffenden Lichts berücksichtigt wird. Durch den Winkel $\theta$ wird die Größe der zu verwischenden Lichtfläche definiert. [51, Seite 2] ..... | 51 |



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Abb. 6-2: Bild (a) zeigt ein Photo eines durch eine Taschenlampe von oben beleuchteten Wachsblocks. Bild (b) und (c) sind mit dem von Kniss <i>et al.</i> vorgestellten Schattierungsmodell berechnet. Für Bild (b) wurde eine weiße Reflexionsfarbe und eine entsättigte orange Transportfarbe verwendet, für Bild (c) eine blaue Reflexionsfarbe und die selbe entsättigte orange Transportfarbe wie in Bild (b). Bild (d) zeigt den Wachsblock ohne der Berechnung der direkten Abschwächung des Lichts. [51, Seite 4] .....                                                                                             | 52 |
| Abb. 6-3: Texturatlas für das in Abb. 6-4 gezeigte Pferdmodell. [56, Seite 3] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 52 |
| Abb. 6-4: Das linke Bild zeigt den lokalen, das mittlere den globalen Teil. Rechts wird das fertige Bild mit verschmolzenen lokalen und globalen Teil dargestellt. [56, Seite 6] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 53 |
| Abb. 6-5: Die beiden Bilder zeigen jeweils die selbe, aus ca. 76 000 Geometripunkten bestehende Figur bei einer Bildauflösung von 1024 x 1024 Pixel. Das linke Bild wird ohne Volumenstreuung bei einer Bildrate von 17,2 fps berechnet, beim rechten Bild wird die von Hao <i>et al.</i> entwickelte Volumenstreutechnik verwendet, wobei eine Bildrate von 12,7 fps erzielt wurde. [35, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                    | 55 |
| Abb. 6-6: Diese beiden Bilder zeigen einen Vergleich zwischen Jensen <i>et al.</i> 's [41] (rechts) und Hao <i>et al.</i> 's Methode (links). [35, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 55 |
| Abb. 6-7: Links ist ein Modell ohne Volumenstreuung abgebildet, rechts das selbe Modell mit Volumenstreuung. [12, Seite 7] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 56 |
| Abb. 6-8: <i>Importance Samples</i> werden auf der zweidimensionalen Tangentenebene des zu schattierenden Punktes $x_o$ erzeugt und dann in <i>image-space</i> [4, Seite 167] auf das Objekt projiziert. Die Positionierung der Abtastpunkte hängt dabei von ihrer Bedeutung ( <i>importance</i> ) für die BSSRDF ab. [59, Seite 2] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 58 |
| Abb. 6-9: Nahaufnahme eines Kopfmodells (links) mit der zugehörigen <i>irradiance texture map</i> (rechts), die <i>irradiance texture map</i> wurde hier bereits auf die Objektgeometrie projiziert. [59, Seite 8] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 58 |
| Abb. 6-10: Links: Abtastung der Bestrahlungsdichte auf der Tangentenebene. Die Bestrahlungsdichteinformation von dem projizierten Abtastpunkt $p$ kann durch die <i>irradiance texture map</i> $T$ ermittelt werden. Rechts: Vergleich der <i>importance samples</i> (rote Punkte) zu gleichförmig verteilten Abtastpunkten (blaue Vierecke) für einen zu schattierenden Punkt (Kreis) in der Nähe eines Schattenrandes. Im Gegensatz zu den gleichförmig verteilten Abtastpunkten bekommt durch seine geschickte Positionierung fast keines der <i>importance samples</i> eine redundante Information. [59, Seite 4] ..... | 59 |
| Abb. 6-11: Vergleich von Jensen <i>et al.</i> 's Methode (links) und der Methode von Mertens <i>et al.</i> (rechts). Das rechte Bild wurde mit einer Bildrate von 4-5 fps gerendert (Auflösung: 500 x 500 Pixel, Grafikkarte: ATI Radeon 9700Pro). [60, Seite 6] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 60 |
| Abb. 6-12: Visualisierung der hierarchischen Oberflächeneinteilung beim [60] vorgestellten Modell. Oberflächenregionen mit wenig Bestrahlungsdichteveränderungen werden zu großen Flächen zusammengefasst (hier das Gesicht und der Körper des Hasen), wogegen Regionen mit großen Bestrahlungsdichteveränderungen eine hohe Unterteilung haben (hier das Ohr, da dieses Objekt von links oben beleuchtet wird). [60, Seite 3] .....                                                                                                                                                                                        | 61 |
| Abb. 6-13: Die TSM beinhaltet (von links nach rechts) die Bestrahlungsdichtewerte, die Tiefenwerte und die Oberflächennormalen. [17, Seite 3] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 62 |
| Abb. 6-14: Im linken Bild sieht man wie $R$ , $\Delta x$ und $\Delta y$ berechnet werden. Rechts ist das von Stamminger und Dachsbacher verwendete Abtastmuster abgebildet. [17, Seite 5] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 63 |
| Abb. 6-15: Mit Stamminger und Dachsbacher berechnetes Hasenmodell mit einer rotierenden, parallelen Lichtquelle. [17, Seite 6] .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 63 |

## **DANKSAGUNGEN**

Ich möchte mich bei meinem Betreuer Franz Schubert für seine Unterstützung und seinen Rat bei dieser Diplomarbeit bedanken.

Weiterhin möchte ich meinem Zweitbegutachter Georg Barta für seine konstruktiven Ratschläge und Hinweise im Bezug auf die Fertigstellung dieser Diplomarbeit danken.

Ein besonderer Dank geht an Rita Mantler für ihr akribisches Korrekturlesen meiner Diplomarbeit.

Schließlich möchte ich meinen speziellen Dank meinen Eltern für ihre Unterstützung während meines gesamten Studiums ausdrücken.